

제 2 교시

수학 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. 8×2^{-2} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 두 집합

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

에 대하여 $n(A \cup B)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\log_{15} 3 + \log_{15} 5$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}, P(A \cap B^C) = \frac{3}{16}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? (단, B^C 은 B 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{3}{16}$ ② $\frac{7}{32}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{9}{32}$ ⑤ $\frac{5}{16}$

5. 세 수 $\frac{9}{4}$, a , 4가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

7. 실수 x 에 대한 두 조건

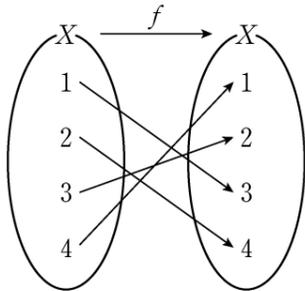
$$p: |x-1| \leq 3,$$

$$q: |x| \leq a$$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

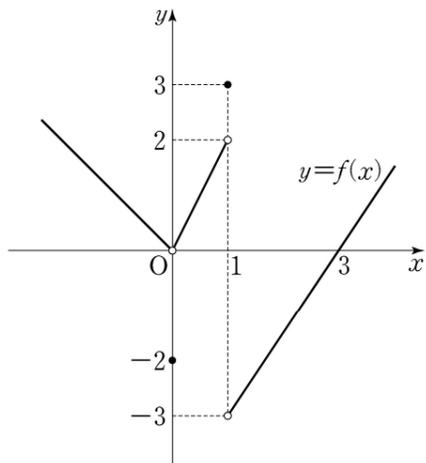
6. 그림은 함수 $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$f(2) + f^{-1}(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

9. $\int_0^2 (6x^2 - x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 14 ③ 13 ④ 12 ⑤ 11

10. 좌표평면에서 함수 $y = \frac{3}{x-5} + k$ 의 그래프가

직선 $y=x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 한 개의 주사위를 3번 던질 때, 4의 눈이 한 번만 나올 확률은? [3점]

- ① $\frac{25}{72}$ ② $\frac{13}{36}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{18}$ ⑤ $\frac{29}{72}$

12. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -2t + 4$$

이다. $t=0$ 부터 $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 어느 학교의 전체 학생은 360 명이고, 각 학생은 체험 학습 A, 체험 학습 B 중 하나를 선택하였다. 이 학교의 학생 중 체험 학습 A를 선택한 학생은 남학생 90 명과 여학생 70 명이다. 이 학교의 학생 중 임의로 뽑은 1 명의 학생이 체험 학습 B를 선택한 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다.
- 이 학교의 여학생의 수는? [3점]
- ① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200

14. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 6 & (x < 2) \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases},$$

$$g(x) = ax + 1$$

에 대하여 함수 $\frac{g(x)}{f(x)}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{5}{4}$ ② -1 ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

15. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_2 의 값은? [4점]

$$(가) a_6 + a_8 = 0$$

$$(나) |a_6| = |a_7| + 3$$

- ① -15 ② -13 ③ -11 ④ -9 ⑤ -7

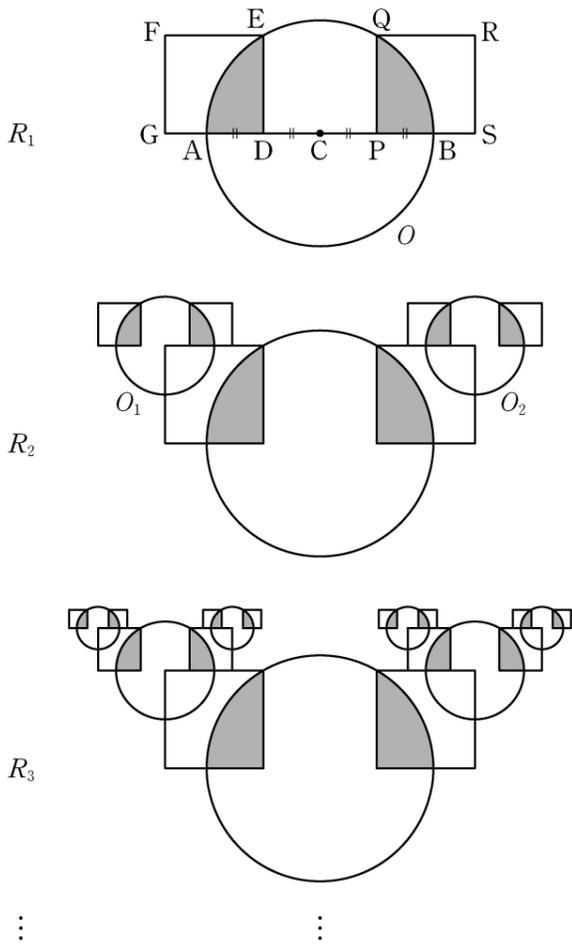
16. 어느 농가에서 생산하는 석류의 무게는 평균이 m , 표준편차가 40인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산하는 석류 중에서 임의추출한, 크기가 64인 표본을 조사하였더니 석류 무게의 표본평균의 값이 \bar{x} 이었다. 이 결과를 이용하여, 이 농가에서 생산하는 석류 무게의 평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간을 구하면 $\bar{x} - c \leq m \leq \bar{x} + c$ 이다. c 의 값은? (단, 무게의 단위는 g 이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(0 \leq Z \leq 2.58) = 0.495$ 로 계산한다.) [4점]

- ① 25.8 ② 21.5 ③ 17.2 ④ 12.9 ⑤ 8.6

17. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 원 O 가 있다. 원의 중심을 C 라 하고, 선분 AC의 중점과 선분 BC의 중점을 각각 D, P 라 하자. 선분 AC의 수직이등분선과 선분 BC의 수직이등분선이 원 O 의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각 E, Q 라 하자. 선분 DE를 한 변으로 하고 원 O 와 점 A에서 만나며 선분 DF가 대각선인 정사각형 DEFG를 그리고, 선분 PQ를 한 변으로 하고 원 O 와 점 B에서 만나며 선분 PR가 대각선인 정사각형 PQRS를 그린다. 원 O 의 내부와 정사각형 DEFG의 내부의 공통부분인 \triangle 모양의 도형과 원 O 의 내부와 정사각형 PQRS의 내부의 공통부분인 \triangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 점 F를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{DE}$ 인 원 O_1 , 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}\overline{PQ}$ 인 원 O_2 를 그린다. 두 원 O_1, O_2 에 각각 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 \triangle 모양의 2개의 도형과 \triangle 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{12\pi - 9\sqrt{3}}{10}$ ② $\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{5}$ ③ $\frac{32\pi - 24\sqrt{3}}{15}$
- ④ $\frac{28\pi - 21\sqrt{3}}{10}$ ⑤ $\frac{16\pi - 12\sqrt{3}}{5}$

18. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (x-a)}{f(x) + (x-a)} = \frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. 좌표평면 위의 한 점 (x, y) 에서 세 점 $(x+1, y)$, $(x, y+1)$, $(x+1, y+1)$ 중 한 점으로 이동하는 것을 점프라 하자.

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우 중에서, 임의로 한 경우를 선택할 때 나오는 점프의 횟수를 확률변수 X 라 하자. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 각 경우가 선택되는 확률은 동일하다.)

점프를 반복하여 점 $(0, 0)$ 에서 점 $(4, 3)$ 까지 이동하는 모든 경우의 수를 N 이라 하자. 확률변수 X 가 가질 수 있는 값 중 가장 작은 값을 k 라 하면 $k = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, 가장 큰 값은 $k+3$ 이다.

$$P(X=k) = \frac{1}{N} \times \frac{4!}{3!} = \frac{4}{N}$$

$$P(X=k+1) = \frac{1}{N} \times \frac{5!}{2!2!} = \frac{30}{N}$$

$$P(X=k+2) = \frac{1}{N} \times \boxed{\text{(나)}}$$

$$P(X=k+3) = \frac{1}{N} \times \frac{7!}{3!4!} = \frac{35}{N}$$

이고

$$\sum_{i=k}^{k+3} P(X=i) = 1$$

이므로 $N = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

따라서 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는 다음과 같다.

$$E(X) = \sum_{i=k}^{k+3} \{i \times P(X=i)\} = \frac{257}{43}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 190 ② 193 ③ 196 ④ 199 ⑤ 202

20. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=0$ 에서 극댓값, $x=k$ 에서 극솟값을 가진다. (단, k 는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)| dx = f(t) + f(0)$$

이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x) dx < 0$

ㄴ. $0 < k \leq 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$ 의 극솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 좌표평면에서 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x+10 & (x < 10) \\ (x-10)^2 & (x \geq 10) \end{cases}$$

과 자연수 n 에 대하여 점 $(n, f(n))$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원 O_n 이 있다. x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점 중에서 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 아랫부분에 있는 모든 점의 개수를 A_n , 원 O_n 의 내부에 있고 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 윗부분에 있는 모든 점의 개수를 B_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{20} (A_n - B_n)$ 의 값은? [4점]

- ① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

단답형

22. ${}_5P_2 + {}_5C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{3, 6, 7\}, B = \{a-4, 8, 9\}$$

에 대하여

$$A \cap B^C = \{6, 7\}$$

이다. 자연수 a 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선 $y = x^3 - ax + b$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과

수직인 직선의 기울기가 $-\frac{1}{2}$ 이다. 두 상수 a, b 에 대하여

$a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{15} f(2k)$ 의 값을 구하시오.
[3점]

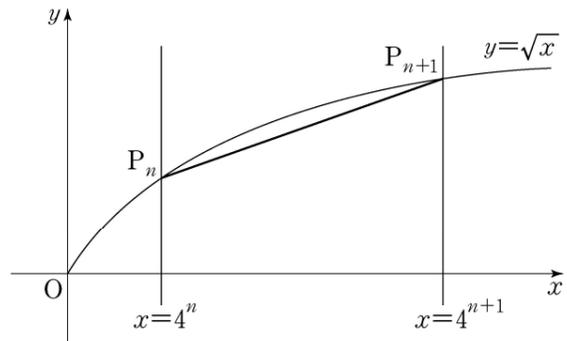
27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c=7$

(나) $2^a \times 4^b$ 은 8의 배수이다.

28. 자연수 n 에 대하여 직선 $x=4^n$ 이 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 P_n 이라 하자. 선분 P_nP_{n+1} 의 길이를 L_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{L_{n+1}}{L_n} \right)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 5인 정규분포를 따르고, 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(10) > f(20)$
- (나) $f(4) < f(22)$

m 이 자연수일 때
 $P(17 \leq X \leq 18) = a$ 이다. $1000a$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.226
0.8	0.288
1.0	0.341
1.2	0.385
1.4	0.419

30. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + k$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 방정식 $4f'(x) + 12x - 18 = (f' \circ g)(x)$ 가 닫힌 구간 $[0, 1]$ 에서 실근을 갖기 위한 k 의 최솟값을 m , 최댓값을 M 이라 할 때, $m^2 + M^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.