17회수학 나형 정답

1	④	*2*	③	*3*	②	*4*	⑤	*5*	⑤
6	①	*7*	①	*8*	②	*9*	①	*10*	②
11	③	*12*	①	*13*	②	*14*	③	*15*	②
16	③	*17*	⑤	*18*	①	*19*	①	*20*	⑤
21	③	*22*	84	*23*	576	*24*	1	*25*	4
26	13	*27*	5	*28*	35	*29*	60	*30*	64

해 설

1. [출제의도] 집합 연산하기
집합 $A\cap B=\{1,3,5\}$
따라서 모든 원소의 합은 9

2. [출제의도] 수열의 극한의 성질을 이해한다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n-1}{\sqrt{n^2+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{3-\frac{1}{n}}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}}}=3$$

3. 정답 ②

[출제의도] 모평균을 알고 신뢰구간 구하기

신뢰구간의 길이는 $\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$의 값이 가장 큰 경우이므로
$n=36,\ \sigma=9$일 때이다.

4. [출제의도] 함수의 합성 이해하기
$(f\circ g)(4)=f(g(4))=f(5)=14$

5. 정답 ⑤

[출제의도] 위치와 속도의 관계 및 속도의 부호의 의미를 이해하여 두 점이 서로 반대 방향으로 움직인 시각을 구한다.

두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도를 각각 v_{P}, v_{Q}라 하면

$$v_{\mathrm{P}}=\frac{dx_{\mathrm{P}}}{dt}=2t-a$$

$$v_{\mathrm{Q}}=\frac{dx_{\mathrm{Q}}}{dt}=\frac{2t-1}{t^2-t+1}$$

두 점 P, Q가 움직이는 방향이 서로 반대 방향이 되려면 $v_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{Q}}<0$이어야 한다.

$$v_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{Q}}=\frac{(2t-a)(2t-1)}{t^2-t+1}<0$$

$\therefore\ (2t-a)(2t-1)<0 \cdots$ ㉠
$(\because t^2-t+1>0)$
㉠의 해가 $\dfrac{1}{2}<t<2$이므로 $\dfrac{a}{2}=2$
$\therefore\ a=4$

6.[출제의도] 무리함수의 정의역 이해하기
무리함수 $y=\sqrt{-2x+4}+a$의
정의역이 $\{x|x\le 2\}$이므로 $b=2$
함수 $y=\sqrt{-2x+4}+a$의 그래프가
점 $(0,3)$을 지나므로 $a=1$
따라서 $a+b=3$
.
7. 최소 : 9 ($A\cup B=B$일 때)
최대 : $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$에서 $n(A\cap B)=3$일 때) 즉, $6+9-3=12$
$\therefore M+m=12+9=21$

8. [출제의도] 수열의 귀납적 정의를 이해하고 식의 값을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.
$a_{n+2}=3a_{n+1}-3 \cdots$ ㉠, $a_{n+1}=3a_n-3 \cdots$ ㉡
㉠−㉡ : $a_{n+2}-a_{n+1}=3(a_{n+1}-a_n)$
$a_2-a_1=1$ 에서 $a_{n+1}-a_n=3^{n-1}$
$\therefore a_6-a_5=81$

9.정답 ①
B의 개수에 따라 분류하면
i) B가 2개 쓰일 때
$A,\ B,\ B,\ C,\ C$를 설치
$\rightarrow\dfrac{5\,!}{2\,!\,2\,!}=30$
ii) B가 3개 쓰일 때
$A,\ B,\ B,\ B,\ C$를 설치 $\rightarrow\dfrac{5\,!}{3\,!}=20$
iii) B가 4개 쓰일 때
$A,\ B,\ B,\ B,\ B$를 설치 $\rightarrow\dfrac{5\,!}{4\,!}=5$
i), ii), iii)에서
$30+20+5=55$가지

10. [출제의도] 로그함수와 관련된 실생활 문제를 해결한다.
$10=C\log\dfrac{10(30-6)}{6(30-10)}$ 에서 $C=\dfrac{10}{\log 2}$
$T=\dfrac{10}{\log 2}\cdot\log\dfrac{15(30-6)}{6(30-15)}=20$

11. 정답 ③
철수가 받은 두 점수의 합이 70인 경우는 다음과 같다.

관람객 투표	$\mathrm{A}\left(\frac{1}{2}\right)$	$\mathrm{B}\left(\frac{1}{3}\right)$	$\mathrm{C}\left(\frac{1}{6}\right)$
심사위원	$\mathrm{C}\left(\frac{1}{6}\right)$	$\mathrm{B}\left(\frac{1}{3}\right)$	$\mathrm{A}\left(\frac{1}{2}\right)$
확률	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$

따라서 구하는 확률은
$$\frac{1}{12}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{5}{18}$$

12. **[출제의도] 함수의 연속성 추론하기**
ㄱ. $\displaystyle\lim_{x\to1-0}f(x)=1,\ \lim_{x\to1-0}g(x)=2$이므로
$\displaystyle\lim_{x\to1-0}f(x)g(x)=2$ (참)
ㄴ. $f(3)g(3)=1\times2=2$,
$\displaystyle\lim_{x\to3-0}f(x)g(x)=3,\ \lim_{x\to3+0}f(x)g(x)=3$에서
$\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)g(x)=3$
$\displaystyle\lim_{x\to3}f(x)g(x)\ne f(3)g(3)$ (거짓)
ㄷ. $\displaystyle\lim_{x\to1+0}f(x)g(x)=4$
ㄱ에 의하여 $\displaystyle\lim_{x\to1-0}f(x)g(x)=2$
$\displaystyle\lim_{x\to1-0}f(x)g(x)\ne\lim_{x\to1+0}f(x)g(x)$이므로
함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 극한값이 존재하지 않으므로 불연속이다.
ㄴ에 의해 $x=3$에서도 불연속이므로
함수 $f(x)g(x)$는 $x=1,\ x=3$에서 불연속이다. (거짓)

13. [출제의도] 등차수열과 조합을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기
1위 팀의 승리한 경기 수를 x라 하면
총 경기 수가 ${}_5\mathrm{C}_2\times9$ 이므로
$${}_5\mathrm{C}_2\times9=\frac{5(x+10)}{2}$$
$\therefore x=26$

14. [출제의도] 중복 조합을 이용하여 수학 외적 문제 해결하기
총 경기 수는 ${}_5\mathrm{C}_2\times9=90$,
주어진 두 팀(A와 B)가 승리할 것으로 예상되는 경기 수의 합은 60이고 나머지 3개의 팀의 승리할 것으로 예상되는 경기 수의 합은 30이므로
$x+y+z=30$
x,y,z가 모두 5이상 이므로
$x=x'+5,\ y=y'+5,\ z=z'+5$라 하면
$x'+y'+z'=15\,(x'\ge0, y'\ge0, z'\ge0)$
$\therefore {}_{3+15-1}\mathrm{C}_{15}={}_{17}\mathrm{C}_{15}={}_{17}\mathrm{C}_2=136$

15. 정답 ②
$v(t)=0$인 t의 값은 $t=2,\ 4$이고 이 시각에 $v(t)$의 부호가 바뀌었으므로 운동방향이 바뀐 것이다.
또, $\displaystyle\int_0^t v(t)\,dt=0$ 이므로 $t=4$인 순간의 동점 P의 위치는 원점이다.

16.[출제의도] 집합의 포함관계 추론하기
$X-B=X\cap B^C$이므로 $X\cup A=X\cap B^C$
$X\cup A=X\cap B^C$을 만족시키는 집합 X는
집합 A의 원소인 1, 2를 포함하고,
집합 B의 원소인 3, 5, 8을 포함하지 않아야 한다.
$B^C=\{1,2,4,6,7\}$이므로 집합 U의 부분집합 X는
$\{1,2\}\subset X\subset\{1,2,4,6,7\}$을 만족시킨다.
따라서 부분집합 X의 개수는 $2^3=8$

17. [출제의도] 절대부등식의 성질 이해하기
x축과 수직인 직선을 $x=k\left(k>\dfrac{1}{2}\right)$라 하면
$\mathrm{P}\left(k,\ \dfrac{8}{2k-1}\right),\ \mathrm{Q}(k,\ -k)$
$$\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{8}{2k-1}+k$$
$$=\frac{8}{2k-1}+\frac{1}{2}(2k-1)+\frac{1}{2}$$
$$\ge 2\sqrt{\frac{8}{2k-1}\times\frac{1}{2}(2k-1)}+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$$

(단, 등호는 $k=\frac{5}{2}$일 때 성립)

따라서 선분 PQ의 길이의 최솟값은 $\frac{9}{2}$

18. [출제의도] 순열을 이해하여 경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.

(1) $f(1)=1$이면 $f(2)=3$이므로 $4!=24$

(2) $f(1)=3$이면 $f(3)=1$, $f(2)=5$이므로 $3!=6$

(3) $f(1)=4$이면 $f(4)=1$, $f(2)=6$이므로 $3!=6$

(4) $f(1)=2$ 또는 $f(1)=5$ 또는 $f(1)=6$이면 주어진 조건을 만족하는 함수 f는 존재하지 않는다.

따라서 구하는 함수 f의 개수는 36이다.

19. 정답 ①

[출제의도] 정규분포의 뜻과 그 성질을 이해하기

$\mathrm{P}(\mathrm{X}<500)=\mathrm{P}(\mathrm{Z}<0)=0.5$

$\mathrm{P}(500\leqq \mathrm{X}<550)=\mathrm{P}(0\leqq \mathrm{Z}<1)=0.34$

$\mathrm{P}(\mathrm{X}\geqq 550)=\mathrm{P}(\mathrm{Z}\geqq 1)=0.16$

$(1000\times 0.5+1100\times 0.34+1200\times 0.16)=1066$

20. 정답 ⑤

$\overline{\mathrm{OA}_n}=a_n$ 이라 하면 $a_n=\pi\cdot\frac{a_{n+1}}{2}$ 에서

$a_{n+1}=\frac{2}{\pi}a_n$이므로

$a_n=a_1\cdot\left(\frac{2}{\pi}\right)^{n-1}=(6\pi-12)\left(\frac{2}{\pi}\right)^{n-1}$

$\therefore\ \widehat{\mathrm{OA}_n}=\pi\cdot\frac{a_n}{2}=\frac{\pi}{2}(6\pi-12)\left(\frac{2}{\pi}\right)^{n-1}$

따라서 구하는 값은 첫째항이 $\frac{\pi}{2}(6\pi-12)$,

공비가 $\frac{2}{\pi}$인 무한등비급수이므로

$\sum_{n=1}^{\infty}\widehat{\mathrm{OA}_n}=\frac{\pi}{2}\cdot\frac{6\pi-12}{1-\frac{2}{\pi}}=3\pi^2$

21. 정답 ③

ㄱ. 사차함수 $f(x)$에 대하여 주기가 2인 주기함수

$g(x)$가 실수전체의 집합에서 미분가능하기 위한 필요충분조건은

$f(1)=f(-1)$, $f'(1)=f'(-1)$ (참)

ㄴ. $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$라 하면

$f(1)=1+a+b+c+d$

$f(-1)=1-a+b-c+d$

$f(1)=f(-1)$이므로 $a+c=0$,

$\therefore\ c=-a$

$f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$이고

$f'(1)=4+3a+2b+c$

$f'(-1)=-4+3a-2b+c$

$f'(1)=f'(-1)$이므로 $4+2b=0$

$\therefore\ b=-2$

즉, $f(x)=x^4+ax^3-2x^2-ax+d$이고

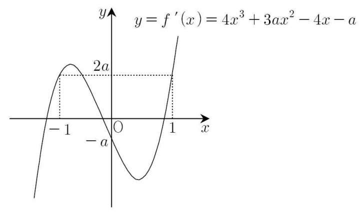
$f'(x)=4x^3+3ax^2-4x-a$이다.

$f'(0)=-a$, $f'(1)=4+3a-4-a=2a$이므로

$f'(0)f'(1)=-2a^2\leq 0$ (거짓)

ㄷ. $f'(-1)=f'(1)=2a$ 이고

$f'(1)>0$이므로 $a>0$



$f'(0)=-a<0$이므로 $y=f'(x)$의 그래프는 다음과 같다.

따라서 구간 $(-\infty,\ -1)$에 $f'(c)=0$인 c가 존재한다. (참)

22.정답 84

x의 계수는 ${}_7\mathrm{C}_1\times\mathrm{a}=14$이므로 $a=2$

따라서, x^2의 계수는

${}_7\mathrm{C}_2\cdot\mathrm{a}^2=\frac{7\times 6}{2}\times 2^2=84$

23. 정답 576

$\frac{\mathrm{P}(2)}{\mathrm{P}(9)}=\frac{{}_{10}\mathrm{C}_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^8}{{}_{10}\mathrm{C}_9\left(\frac{1}{3}\right)^9\left(\frac{2}{3}\right)}=576$

24. [출제의도] 함수의 극한을 이해하고 극한값을 구한다.

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-x^2}{x}=2$이므로 $f(x)=x^2+2x+c$

$f\left(\frac{1}{x}\right)=\left(\frac{1}{x}\right)^2+\frac{2}{x}+c$

$\lim_{x\to+0}x^2f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim_{x\to+0}\left(1+2x+cx^2\right)=1$

[다른 풀이]

$\frac{1}{x}=t$라 하면 $x\to+0$일 때, $t\to\infty$이므로

$\lim_{x\to+0}x^2f\left(\frac{1}{x}\right)=\lim_{t\to\infty}\frac{f(t)}{t^2}=\lim_{t\to\infty}\frac{t^2+2t+c}{t^2}=1$

25. [출제의도] 위치와 속도의 관계 및 속도의 부호의 의미를 이해하여 두 점이 서로 반대 방향으로 움직인 시각을 구한다.

두 점 P, Q의 시각 t에서의 속도를 각각 v_{P}, v_{Q}라 하면

$v_{\mathrm{P}}=\frac{dx_{\mathrm{P}}}{dt}=2t-a$

$v_{\mathrm{Q}}=\frac{dx_{\mathrm{Q}}}{dt}=\frac{2t-1}{t^2-t+1}$

두 점 P, Q가 움직이는 방향이 서로 반대 방향이 되려면 $v_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{Q}}<0$이어야 한다.

$v_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{Q}}=\frac{(2t-a)(2t-1)}{t^2-t+1}<0$

$\therefore\ (2t-a)(2t-1)<0\cdots$ ㉠ $(\because t^2-t+1>0)$

㉠의 해가 $\frac{1}{2}<t<2$이므로 $\frac{a}{2}=2$

$\therefore\ a=4$

26. 정답 13

$f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d\cdots\cdots\cdots\text{(a)}$

$f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c\cdots\cdots\cdots\cdots\text{(b)}$

주어진 조건이

$f'(0)=0$, $f'(2)=0$, $f(2)=2$ 이므로

(b)식에 적용해보면 $c=0$, $b=-3a-8$

이를 (a)에 적용해보면 $d=4a+18$

이들을 (a)에 대입하여 a대하여 정리해보면

$f(x)=x^4+ax^3+(-3a-8)x^2+(4a+8)$

$=(x^4-8x^2+8)+a(x^3-3x^2+4)$

$=(x^4-8x^2+8)+a(x-1)(x-2)^2$

따라서 $f(x)$는 a값에 상관없이

$x=1$, $x=2$을 지난다.

따라서 점의 좌표는 $f(1)=11$, $f(2)=2$이다.

$f(1)+f(2)=13$

27. [출제의도] 함수의 뜻을 알고 함숫값 추론하기

함수 $y=g(x)$의 그래프에 의해

$g(4)=3$, $f(4)=2$이므로 $h(4)=3$

$f(3)\leq g(3)$인 경우 $h(3)=g(3)=3$이므로

함수 $h(x)$가 일대일대응이라는 조건에 모순

$\therefore f(3)>g(3)$

$\therefore f(3)=4$, $h(3)=4$

$h(1)=1$인 경우 $g(1)=2$이므로 모순

$\therefore h(1)=2$, $h(2)=1$

$h(2)=1$, $g(2)=1$이므로 $f(2)=1$

따라서 $f(2)+h(3)=1+4=5$

28. 정답 35

투입된 공이 A, B, C, D에 도달할 확률은

각각 $\frac{1}{2^2}$이다.

네 곳 모두 켜지려면 한 곳은 세 번, 세 곳은 각각 한 번씩 공이 도달해야 한다.

여섯 개의 공이 A에 세 개 B, C, D에 각각 한 개씩 도달하는 경우의 수는

A, A, A, B, C, D를 일렬로 나열하는

경우의 수와 같으므로 $\frac{6!}{3!}$이고 이 중 네

개의 공이 A, B, C, D에 각각 한 개씩 도달하여 네 번째 공 만에 게임이 끝나는 경우인 $4!$가지가 제외되어야 한다.

B, C, D에 세 개의 공이 도달하는 경우도 마찬가지이므로 구하는 확률은

$4\left(\frac{6!}{3!}-4!\right)\times\left(\frac{1}{2^2}\right)^6=\frac{3}{32}$

29. 정답 60

[출제의도] 확률변수의 평균을 구할 수 있는가를 묻는 문제이다. 모든 관광코스와 그 요금은 다음과 같다.

A→B→C→D→E : 70,000원
A→B→D→E : 56,000
A→B→E : 42,000
A→C→B→E : 56,000
A→C→B→D→E : 70,000
A→C→D→B→E : 70,000
A→C→D→E : 56,000

$$\mathrm{E}(X)=70000\cdot\frac{3}{7}+56000\cdot\frac{3}{7}+42000\cdot\frac{1}{7}$$

$= 60000$이므로 $\mathrm{E}\left(\frac{X}{1000}\right)=\frac{60000}{1000}=60$

30. 정답 64

$475 = 8\times59+3$이므로 원 O_{60}에 있다.

원 O_1에 채워지는 수들은 l_1부터 채워지고
원 O_2에 채워지는 수들은 l_4부터 채워지고
원 O_3에 채워지는 수들은 l_3부터 채워지고
원 O_4에 채워지는 수들은 l_2부터 채워지고
⋮

$60 = 4\times15$에서 475는 l_2부터 채워지고, 세 번째 채워지므로 l_4에 있다.

$\therefore\ m+n = 60+4 = 64$