

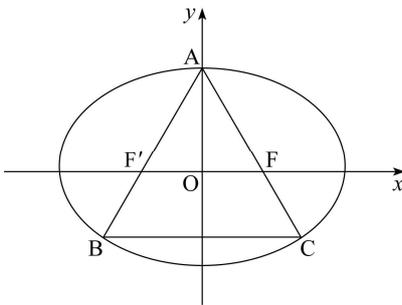


5. 7개의 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3, 3을 일렬로 배열할 때, 맨 앞자리에는 1이 오고 맨 뒷자리에는 3이 오지 않는 경우의 수는? [3점]

- ① 20                      ② 30                      ③ 40
- ④ 50                      ⑤ 60

6. 그림과 같이 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $0 < b < a$ )에 내접하는 정삼각형 ABC가 있다. 타원의 두 초점 F, F'이 각각 선분 AC, AB 위에 있을 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, 점 A는 y축 위에 있다.)

[3점]



- ①  $\frac{3}{5}$                       ②  $\frac{2}{3}$                       ③  $\frac{3}{4}$
- ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$                       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

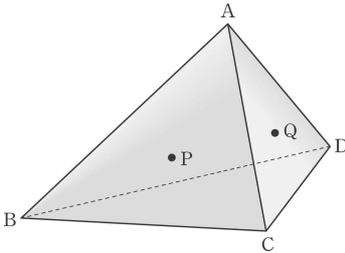
7. 어느 디자인 공모 대회에서 철수가 참가하였다. 참가자는 두 항목에서 점수를 받으며, 각 항목에서 받을 수 있는 점수는 표와 같이 3가지 중 하나이다. 철수가 각 항목에서 점수 A를 받을 확률은  $\frac{1}{2}$ , 점수 B를 받을 확률은  $\frac{1}{3}$ , 점수 C를 받을 확률은  $\frac{1}{6}$ 이다. 관람객 투표 점수를 받는 사건과 심사 위원점수를 받는 사건이 서로 독립일 때, 철수가 받는 두 점수의 합이 70일 확률은? [3점]

점수	점수 A	점수 B	점수 C
관람객 투표	40	30	20
심사 위원	50	40	30

- ①  $\frac{1}{3}$                       ②  $\frac{11}{36}$                       ③  $\frac{5}{18}$
- ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{2}{9}$

‘가형’

8. 사면체 ABCD의 면 ABC, ACD의 무게중심을 각각 P, Q라고 하자. <보기>에서 두 직선이 꼬인 위치에 있는 것을 모두 고르면? [3점]



[보기]

ㄱ. 직선 CD와 직선 BQ  
 ㄴ. 직선 AD와 직선 BC  
 ㄷ. 직선 PQ와 직선 BD

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. 다음과 같이 정의된 확률변수 X, Y, Z의 분산의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은? (단, V(X)는 확률변수 X의 분산이다.) [3점]

X : 연속하는 100개의 자연수에서 임의로 뽑은 두 수의 차  
 Y : 연속하는 100개의 홀수에서 임의로 뽑은 두 수의 차  
 Z : 연속하는 100개의 짝수에서 임의로 뽑은 두 수의 차

- ①  $V(X) < V(Y) < V(Z)$   
 ②  $V(X) = V(Y) = V(Z)$   
 ③  $V(X) > V(Y) = V(Z)$   
 ④  $V(X) = V(Y) < V(Z)$   
 ⑤  $V(X) < V(Y) = V(Z)$

10. 세 점 O, A, B에 대하여 두 벡터  $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ ,  $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$   
 (나)  $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 3$

이때, 두 선분 OA, OB를 두 변으로 하는 평행사변형의 넓이는? [3점]

- ①  $3\sqrt{2}$                       ②  $4\sqrt{2}$                       ③  $3\sqrt{3}$   
 ④  $4\sqrt{3}$                       ⑤  $5\sqrt{3}$

11.  $\sin^2 \theta + \sin^2 \left( \frac{\pi}{3} + \theta \right) + \sin^2 \left( \frac{\pi}{3} - \theta \right)$ 의 값은? [3점]

- ① 0                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③ 1  
 ④  $\frac{3}{2}$                       ⑤ 2

12. 모든 실수  $x$ 에 대하여 이차함수  $y=f(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가)  $f(0) = -2$   
 (나)  $f(-x) = f(x)$   
 (다)  $f(f'(x)) = f'(f(x))$

함수  $F(x) = \int f(x) dx$ 가 감소하는 구간의 길이는? [3점]

- ① 4                      ② 5                      ③ 6  
 ④ 7                      ⑤ 8

‘가’형

13. 직선  $y = 3x + 5$  가 쌍곡선  $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{2} = 1$  에 접할 때, 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는? [3점]

- ①  $\sqrt{7}$                       ②  $2\sqrt{3}$                       ③ 4
- ④  $2\sqrt{5}$                       ⑤  $4\sqrt{3}$

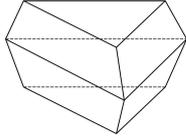
14. 세 양수  $a, b, c$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^a \ln\left(b + \frac{c}{x^2}\right) = 2$$

일 때,  $a+b+c$ 의 값은? [4점]

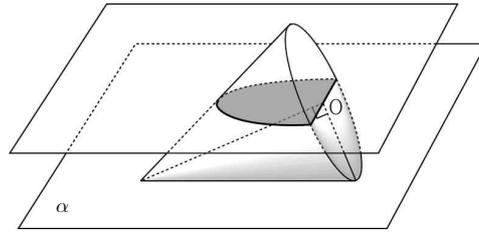
- ① 5                                      ② 6                                      ③ 7
- ④ 8                                      ⑤ 9

15. 그림과 같이 합동인 정삼각형 2개와 합동인 등변사다리꼴 6개로 이루어진 팔면체가 있다. 팔면체의 각 면에는 한 가지의 색을 칠한다고 할 때, 서로 다른 8개의 색을 모두 사용하여 팔면체의 각 면을 칠하는 경우의 수는? (단, 팔면체를 회전시켰을 때 색의 배열이 일치하면 같은 경우로 생각한다.) [4점]



- ① 6520
- ② 6620
- ③ 6720
- ④ 6820
- ⑤ 6920

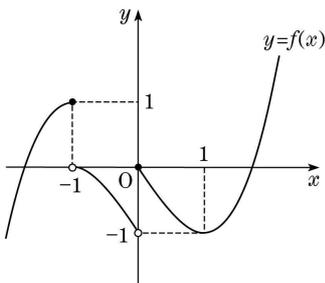
16. 그림과 같이 원뿔을 평면  $\alpha$ 와 평행하고 원뿔의 밑면의 중심 O를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 일부는 포물선이다. 이때 단면의 넓이는? [4점]



- ①  $\frac{13}{8}$
- ②  $\frac{7}{4}$
- ③  $\frac{15}{8}$
- ④ 2
- ⑤  $\frac{17}{8}$

17. 함수  $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x^3 - 3x) & (x \leq -1 \text{ 또는 } x \geq 0) \\ \frac{1}{2}(x^3 - 3x) - 1 & (-1 < x < 0) \end{cases}$$



옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

[보 기]

- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는  $x=0$ 에서 미분가능하다.
- ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\frac{3}{2}$
- ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow -1+0} f'(x) = 0$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄴ, ㄷ

18. 이산확률변수  $X$ 의 확률분포표는 다음과 같다.

$X$	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$p$	$\frac{1}{4}$	$q$	$\frac{1}{12}$	1

$X$ 의 분산이 1이 되는  $p$ 와  $q$ 에 대하여  $3p+q$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ②  $\frac{3}{4}$
- ③ 1
- ④  $\frac{3}{2}$
- ⑤ 2

19. 평면 위에 삼각형 OAB가 있다.

$\vec{OP} = s\vec{OA} + t\vec{OB}$  ( $s \geq 0, t \geq 0$ )를 만족하는 점 P가 그리는 도형에 대한 옳은 설명을 다음에서 모두 고른 것은? [4점]

- ㄱ.  $s+t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형은 선분 AB이다.
- ㄴ.  $s+2t=1$ 일 때, 점 P가 그리는 도형의 길이는 선분 AB의 길이 보다 크다.
- ㄷ.  $s+2t \leq 1$ 일 때, 점 P가 그리는 영역은 삼각형 OAB를 포함한다.

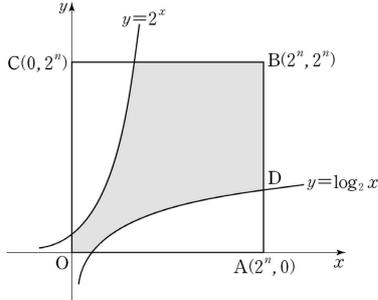
- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

20.  $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}$ 일 때,  $\sin \frac{\theta}{2} + \sin \frac{3\theta}{2}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )

[4점]

- ①  $\frac{8\sqrt{5}}{25}$                       ②  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       ③  $\frac{12\sqrt{5}}{25}$   
 ④  $\frac{14\sqrt{5}}{25}$                       ⑤  $\frac{16\sqrt{5}}{25}$

21. 좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가  $O(0, 0)$ ,  $A(2^n, 0)$ ,  $B(2^n, 2^n)$ ,  $C(0, 2^n)$ 인 정사각형  $OABC$ 와 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=\log_2 x$ 에 대하여 다음 물음에 답하시오.  
(단,  $n$ 은 자연수이다.)



정사각형  $OABC$ 와 그 내부는 두 곡선  $y=2^x$ ,  $y=\log_2 x$ 에 의하여 세 부분으로 나뉜다.  $n=3$ 일 때 이 세 부분 중 색칠된 부분의 넓이는? [4점]

- ①  $14 + \frac{12}{\ln 2}$       ②  $16 + \frac{14}{\ln 2}$       ③  $18 + \frac{16}{\ln 2}$
- ④  $20 + \frac{18}{\ln 2}$       ⑤  $22 + \frac{20}{\ln 2}$

단답형

22. 이차방정식  $2x^2 - px + 1 = 0$ 의 두 근이  $\tan\alpha$ ,  $\tan\beta$ 일 때,  $\tan(\alpha + \beta) = 3$ 을 만족시키는  $p$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) + 9x}{2x}$ 의 값을 구하시오. [3점]

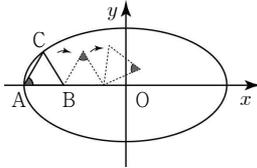
24. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = (x-1)^3$ 이다.

함수  $f(x)$ 의 극값을  $M$ , 함수  $y=f(x)$ 의 그래프 위의 두 점  $A(0, f(0))$ ,  $B(2, f(2))$ 에서 접하는 두 접선의 교점의  $y$ 좌표를  $N$ 이라 할 때,  $16(M-N)$ 의 값을 구하시오. [4점]

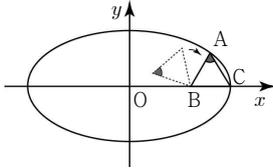
25. 함수  $y = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0)$ 의 그래프와 이 함수의 역함수의 그래프로 둘러싸인 부분을  $x$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는  $\frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26.  $A, B$  두 사람이 서로 다른 4개의 동아리 중에서 2개씩 가입하려고 한다.  $A$ 와  $B$ 가 공통으로 가입하는 동아리가 1개 이하가 되도록 하는 경우의 수를 구하시오. (단, 가입 순서는 고려하지 않는다.) [4점]

27. [그림 1]과 같이 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 과 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AB는  $x$ 축 위에 있고 꼭짓점 A, C는 타원 위에 있다. 한 변이  $x$ 축 위에 놓이도록 정삼각형 ABC를  $x$ 축을 따라 양의 방향으로 미끄러짐 없이 회전시킨다. 처음 위치에서 출발한 후 변 BC가 두 번째로  $x$ 축 위에 놓이고 꼭짓점 C는 타원 위에 놓일 때가 [그림 2]이다.  $a^2 + 3b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

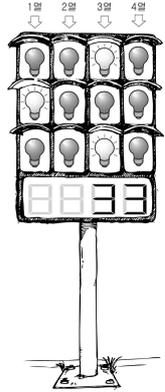


[그림 1]



[그림 2]

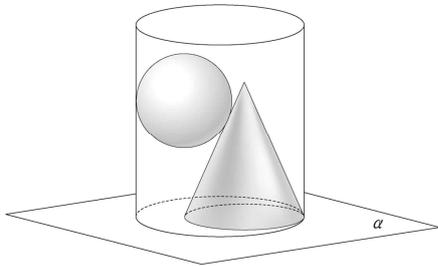
28. 그림과 같이 12개의 전구와 전광판으로 이루어진 신호기가 있다.  $m$ 열의 전구가  $n$ 개 켜져 있는 경우  $n \cdot 4^{m-1}$ 으로 계산되고, 네 개의 열이 계산된 수의 합이 전광판에 나타난다. 예를 들어 1열에서 1개, 3열에서 2개의 전구가 켜진 경우, 전광판에 33이 나타난다. 12개의 전구 중 임의로 2개를 켤 때, 전광판에 짝수가 나타날 확률을  $\frac{q}{p}$  ( $p, q$ 는 서로소)라 하자.  $p+q$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 7인 원기둥과 밑면의 반지름의 길이가 5이고 높이가 12인 원뿔이 평면  $\alpha$  위에 놓여 있고, 원뿔의 밑면의 둘레가 원기둥의 밑면의 둘레에 내접한다. 평면  $\alpha$ 와 만나는 원기둥의 밑면의 중심을  $O$ , 원뿔의 꼭짓점을  $A$ 라 하자. 중심이  $B$ 이고 반지름의 길이가 인 구  $S$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구  $S$ 는 원기둥과 원뿔에 모두 접한다.
- (나) 두 점  $A, B$ 의 평면  $\alpha$  위로의 정사영이 각각  $A', B'$ 일 때,  $\angle A'OB' = 180^\circ$ 이다.

직선  $AB$ 와 평면  $\alpha$ 가 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\tan \theta = p$ 이다.  $100p$ 의 값을 구하시오. (단, 원뿔의 밑면의 중심과 점  $A'$ 은 일치한다.) [4점]



30. 반지름의 길이가 1인 원  $O$  위에 점  $A$ 가 있다. 그림과 같이 양수  $\theta$ 에 대하여 원  $O$  위의 두 점  $B, C$ 를  $\angle BAC = \theta$ 이고  $\overline{AB} = \overline{AC}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형  $ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow \pi-0} \frac{r(\theta)}{(\pi-\theta)^2} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

