기하와 벡터는

1. 평면곡선
2. 평면벡터
3. 공간도형
4. 공간벡터

이 4가지 대단원으로 나눌 수 있고, 이 중 평면벡터 단원은 3개의 소단원

(가) 벡터의 연산
(나) 평면벡터의 성분과 내적
(다) 평면운동
으로 나누어 집니다.

2017학년도 9월 평가원 시험지로 분류해 봅시다. 9평 문제 중 평면벡터 단원으로 분류되는 문제의 번호는 1번, 8번, 16번입니다.

문제	단원 분류
1. 두 벡터 $\vec{a}=(2,\ -1)$, $\vec{b}=(1,\ 3)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점] ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5	(나) 평면벡터의 성분과 내적 평면벡터의 성분에 의한 연산을 묻는 문제입니다.
8. 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $\lvert\vec{a}\rvert=1$, $\lvert\vec{b}\rvert=3$이고, 두 벡터 $6\vec{a}+\vec{b}$와 $\vec{a}-\vec{b}$가 서로 수직일 때, $\vec{a}\cdot\vec{b}$의 값은? [3점] ① $-\frac{3}{10}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{9}{10}$ ④ $-\frac{6}{5}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$	(나) 평면벡터의 성분과 내적 두 벡터가 수직일 때, 내적값이 0임을 이용하는 문제입니다.
16. 직사각형 ABCD의 내부의 점 P가 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{CA}$ 를 만족시킨다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] <보 기> ㄱ. $\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PD}=2\overrightarrow{CP}$ ㄴ. $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ ㄷ. 삼각형 ADP의 넓이가 3이면 직사각형 ABCD의 넓이는 8이다. ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ	

이 때, 16번 풀이가 많이 갈렸는데요,
어떤 학생은 좌표를 잡아서 풀고
어떤 학생은 조건의 좌변을 4로 나누어 풀고
어떤 학생은 조건의 우변을 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PC}$로 시점을 일치시키거나 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{PA}$로 시점과 종점을 일치시켜 풀었습니다.
이외에도 또 다른 방법이 있겠지요.

문제가 쉬웠기 때문에 위의 3가지 풀이방법은 모두 비슷한 시간이 걸렸을 것입니다.
시험장에선 의도된 풀이가 떠오르지 않을 때, 차선책으로 좌표를 잡든 교과외의 풀이법을 써서 맞추면 그만이지만 평소 공부할 때엔 정확하고 올바르게 접근해야 합니다.

평가원이 단원간 밸런스를 고려해서 문제를 출제한다는 것을 고려하면 16번문제를 적어도 좌표를 잡아서 푸는 것을 의도하지 않았을 것입니다. 평면벡터로 출제된 3문제를 모두 (나) 단원으로 분류하게되면 단원간 밸런스가 맞지 않기 때문이죠. 16번을 (다) 평면운동 단원으로 분류하기엔 더 힘듭니다.
그렇다면 (가) 단원의 개념을 이용하는 것이 올바른 방법일텐데 (가) 벡터의 연산 단원에서 배웠던 기본 개념이 무엇인가요?

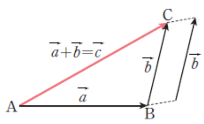
벡터의 뜻, 덧셈과 뺄셈, 실수배입니다.
이 중 덧셈과 뺄셈단원에서 배웠던 가장 기본 발상인 시점 일치와 시점-종점 일치이죠.

◎ 삼각형을 이용하여 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 합을 구할 때는 벡터 $\vec{a}$의 종점과 벡터 $\vec{b}$의 시점을 일치시킨다.

오른쪽 그림과 같이 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$에 대하여 $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{BC}$가 되도록 세 점 A, B, C를 잡는다. 이때 벡터 $\overrightarrow{AC}$로 나타내어지는 벡터 $\vec{c}$를 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 합이라고 하며, 이것을 기호로

$$\vec{a}+\vec{b}=\vec{c} \quad \text{또는} \quad \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

와 같이 나타낸다.

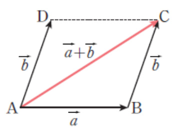


◎ 평행사변형을 이용하여 두 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$의 합을 구할 때는 벡터 $\vec{a}$의 시점과 벡터 $\vec{b}$의 시점을 일치시킨다.

한편, 오른쪽 그림과 같이 $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$가 되도록 세 점 A, B, D를 잡고, 사각형 ABCD가 평행사변형이 되도록 점 C를 잡으면 $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$이므로

$$\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

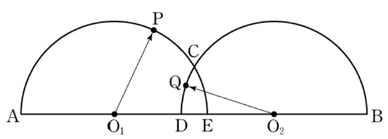
이다. 이와 같이 두 벡터의 합은 평행사변형을 이용하여 구할 수도 있다.



(미래엔 교과서)

문제의 조건 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}=\overrightarrow{CA}$에서 바로 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{PA}-\overrightarrow{PC}$로 시점 일치를 시키거나 $\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{PA}$로 시점-종점을 일치시키지 못했을지라도 <보기>의 ㄱ에서 힌트를 얻을 수 있습니다. <보기> ㄱ, ㄴ, ㄷ 구조는 보통 서로 연관이 있으며, ㄱ은 ㄴ,ㄷ을 해결하는 힌트 역할을 하기 때문이죠.

2017학년도 6월 평가원 시험지도 마찬가지입니다. 6평 문제 중 평면벡터 단원으로 분류되는 문제의 번호는 1번, 12번, 23번, 28번, 29번입니다.

문제	단원 분류
1. 벡터 $\vec{a}=(3,\ -1)$에 대하여 벡터 $5\vec{a}$의 모든 성분의 합은? [2점] ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10	(나) 평면벡터의 성분과 내적 평면벡터의 성분에 의한 연산을 묻는 문제입니다.
12. 좌표평면에서 두 직선 $\frac{x+1}{4}=\frac{y-1}{3},\quad \frac{x+2}{-1}=\frac{y+1}{3}$ 이 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은? [3점] ① $\frac{\sqrt{6}}{10}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{10}$	(나) 평면벡터의 성분과 내적 벡터를 통해 직선의 방정식을 나타내어 두 직선이 이루는 각 등을 묻는 문제입니다.
23. 두 벡터 $\vec{a}=(4,\ 1)$, $\vec{b}=(-2,\ k)$에 대하여 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$을 만족시키는 실수 k의 값을 구하시오. [3점]	(나) 평면벡터의 성분과 내적 평면벡터의 내적을 묻는 문제입니다.
28. 그림과 같이 선분 AB 위에 $\overline{AE}=\overline{DB}=2$인 두 점 D, E가 있다. 두 선분 AE, DB를 각각 지름으로 하는 두 반원의 호 AE, DB가 만나는 점을 C라 하고, 선분 AB 위에 $\overline{O_1A}=\overline{O_2B}=1$인 두 점을 O_1, O_2라 하자. 호 AC 위를 움직이는 점 P와 호 DC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 $\lvert\overrightarrow{O_1P}+\overrightarrow{O_2Q}\rvert$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, $1<\overline{O_1O_2}<2$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 	
29. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t\geq 1)$에서의 위치 $(x,\ y)$가 $\begin{cases} x=2\ln t \\ y=f(t) \end{cases}$ 이다. 점 P가 점 $(0,\ f(1))$로부터 움직인 거리가 s가 될 때 시각 t는 $t=\frac{s+\sqrt{s^2+4}}{2}$이고, $t=2$일 때 점 P의 속도는 $\left(1,\ \frac{3}{4}\right)$이다. 시각 $t=2$일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\frac{1}{2},\ a\right)$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오. [4점]	(다) 평면운동 미분법을 이용해야 하는 속도와 가속도의 문제이며, 동시에 정적분을 이용하여 속도와 거리를 묻는 문제입니다.

위의 표와 같이 28번도 마찬가지입니다. 좌표를 잡아서 푼 학생이 가끔 보이는데, 단원간 밸런스를 고려하면 적어도 (나) 단원의 평면벡터의 성분을 이용한 풀이는 아닌 것처럼 보입니다. 가장 의도된 풀이 방법은 두 점 O_1과 O_2를 일치(=시점 일치) 시키는 것이라고 생각합니다. 9평 16번에 쓰인 원리와 동일하죠.

단원 분류는 평면벡터 단원 뿐 아니라 타 단원에도 모두 적용됩니다.
다음 표는 9월 평가원 모의고사 단원을 분류한 표입니다.

			9평
미적분 2	지수함수와 로그함수	지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프	2번, 23번
		지수함수와 로그함수의 미분	11번
	삼각함수	삼각함수의 뜻과 그래프	5번, 7번
		삼각함수의 미분	20번
	미분법	여러 가지 미분법	9번, 26번
		도함수의 활용	30번
	적분법	여러 가지 적분법	6번, 21번
		정적분의 활용	13번
확률과 통계	순열과 조합	순열	19번
		조합 (분할, 이항정리)	15번, 22번
	확률	확률의 뜻과 활용	4번, 24번
		조건부확률	12번
	통계	확률분포	10번, 17번
		통계적 추정	28번
기하와 벡터	평면곡선	이차곡선	25번, 27번
		평면곡선의 접선	14번
	평면벡터	벡터의 연산	16번
		평면벡터의 성분과 내적	1번, 8번
		평면 운동	
	공간도형과 공간좌표	공간도형	29번
		공간좌표	3번
	공간벡터	공간벡터의 연산과 내적	
		직선과 평면, 구의 방정식	18번

(ebs 수능특강과 미래엔 교과서 단원을 기준으로 작성)

위의 방법을 통해 단원을 분류를 해 보고 틀린 단원을 찾아서 스스로의 약점을 보완해 보는 것을 제안합니다. 앞으로 남은 기간 실전 모의고사 학습시 도움이 되길 바랍니다.

(이과 기준으로 작성되었지만 문과 학생들도 마찬가지입니다~)