For. 2017 개정수학, 지금의 현명한 시작이
너의 1년을 결정한다.

공부합시다 신승범입니다

전국 예비 고3, 고2를 위한

대한민국 1타 신승범 선생님의 특별 칼럼 3탄

올바른 기출문제 학습법

이번 칼럼에서는 구체적으로 수험생이 기출 문제를 어떻게 활용하여 학습해야 하는지에 관해 설명하고자 한다.

우선 기출 문제를 풀기 전 해당 과목에 대한 개념 이해 및 기본적인 문제 풀이가 가능한 정도의 수준이 전제되어 있음을 가정하고, 2009 개정교육과정을 충실히 반영한 기출 문제집을 가지고 공부한다면 어떤 방식으로 하는 것이 효과적일지 생각해본다.

수능 대비 학습의 단원별 유의점

기출 문제를 2009 개정교육과정에 따라 풀어야 할 것과 그렇지 않은 것을 가려내보면 결과적으로 단원별 편중이 생길 수 밖에 없고, 게다가 교육과정 개정으로 강화·보완된 개념은 기출 문제 자체가 별로 없기 때문에 각 단원별로 학습의 주안점을 다르게 두어야 한다.

1 수학 가형 – 확률과 통계, 미적분 II, 기하와 벡터

<확률과 통계> 과목의 '순열과 조합'과 '확률' 단원에서는 최근 기출 문제가 다소 쉬운 편이었기 때문에 고난도 문항을 대비하려면 2012학년도 이전의 기출 문제를 풀어보는 것이 좋다.

<미적분II> 과목의 '삼각함수' 단원은 교육과정 및 수능 시험범위의 변화가 많으므로 기출 문제만으로 부족할 수 있다. 또한, '미분법'과 '적분법' 단원은 '초월함수' 위주로 학습할 필요가 있고, 기출 문제수가 적으므로 추가적인 학습이 필요하다.

<기하와 벡터> 과목 전체는 출제 진도 범위상 기출 문제수가 현저히 적을 수 밖에 없기 때문에 역시 추가적인 학습이 필요하다.

2 수학 나형 – 수학 II, 미적분 I, 확률과 통계

<수학II> 과목의 '집합과 명제', '함수' 단원은 오래전 기출 문제밖에 접할 수 없으므로 추가적인 학습이 요구된다. 반대로 '수열', '지수와 로그' 단원은 삭제된 내용이 많으므로 최근 기출이라도 선별적으로 학습하여야 한다.

<미적분 I> 과목은 전반적으로 크게 달라진 것은 없으나, 7차교육과정(2005학년도~2011학년도 수리 나형)에서 아예 미적분을 다루지 않았으므로 최근 기출 문제 위주의 학습이 기본이다.

<확률과 통계> 과목은 대체적으로 쉬운 기조가 유지되겠으나, 고난도 문항을 대비하는 차원에서 공부한다면 가형(B형) 기출 문제도 공부하는 것이 좋다.

기출 문제를 활용한 학습 방법

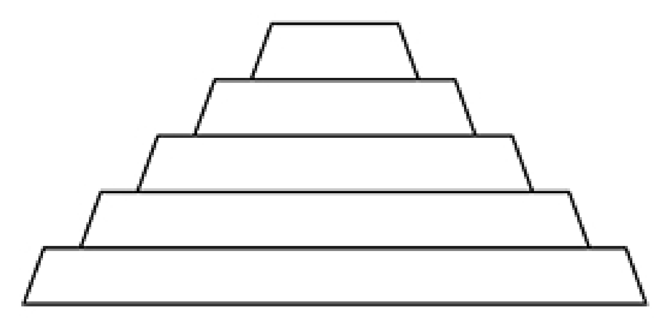
"기출 문제가 중요한 건 알겠는데, 구체적으로 어떤 방법으로 공부해야 하나요?" 라는 질문은 항상 많다. 단순하게 기출 문제를 O회독 하는 것이 중요한 게 아니라, 처음 공부할 때부터 교육과정 및 기본 개념을 정확히 이해하고, 다양한 관점에서 접근 및 자신만의 일관된 풀잇법을 체득하는 것이 필요하다. 이와 관련하여 문과·이과 공통 시험범위인 <확률과 통계> 과목의 '순열과 조합' 단원에 해당하는 내용을 중심으로 살펴보겠다.

1 '학습목표'를 생각하라.

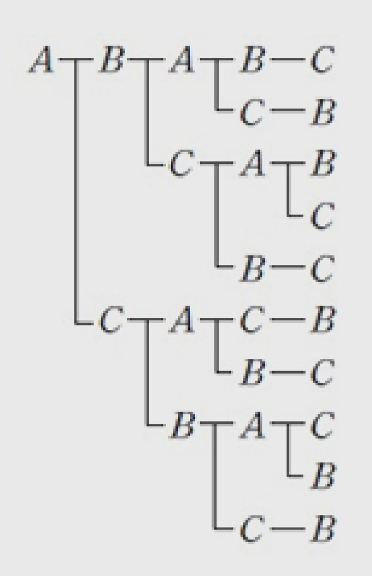
순열과 조합(경우의 수)에 관련하여 교육과정의 교수 · 학습상의 유의점에는 '합의 법칙과 곱의 법칙은 구체적인 예를 통해 직접 나열해보거나 수형도를 그려보는 등의 활동을 통해 그 의미를 이해하게 한다.' 라는 내용이 서술되어 있다. 즉, 구체적인 경우의 나열을 통해 그 구조를 파악하는 충분한 연습을 한 뒤 점진적으로 간략하게 헤아릴 수 있도록 단순화, 공식화, 개념화하는 수학적 능력을 배양해야 한다.

다음 예시는 2009학년도 6월 모의평가 가형/나형 25번 문항이다.

25. 그림과 같은 모양의 종이에 서로 다른 3가지 색을 사용하여 색칠하려고 한다. 이웃한 사다리꼴에는 서로 다른 색을 칠하고, 맨 위의 사다리꼴과 맨 아래의 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠한다. 5개의 사다리꼴에 색을 칠하는 방법의 수를 구하시오. [4점]



① 세 가지 색을 A, B, C라 하고, 맨 위의 사다리꼴에 A를 칠할 때 맨 위부터 순서대로 조건에 맞게 수형도로 나타내어 보면 다음과 같이 10가지임을 알 수 있다. 맨 위의 사다리꼴에 B를 칠할 때도 마찬가지로 10가지, C를 칠할 때도 마찬가지로 10가지이므로 구하는 답은 3 X 10 = 30이다.
[수형도 그려보기]



② 위의 수형도에서 윗부분의 5가지와 아랫부분의 5가지는 B와 C가 서로 맞바뀌어 나타남을 알 수 있다. 따라서 구하는 답이 3 X 2 X 5 = 30이다. [수형도 관찰하기]

③ 각각의 경우마다 동일한 방법의 수가 발생할 때 손쉽게 곱하기로 처리할 수 있음을 알 수 있다. 즉, 맨 위와 그 바로 아래 사다리꼴에 색칠하는 경우의 수 3 X 2 = 6가지 각각마다 나머지 세 개의 사다리꼴에 색칠하는 경우가 5가지씩 나타난다. [곱의 법칙 이해하기]

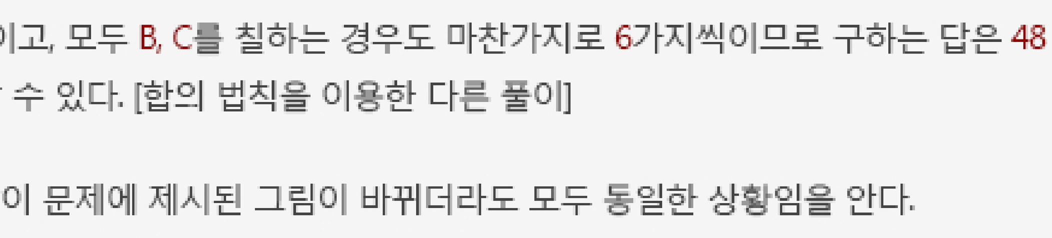
④ 위에서부터 1, 2, 3, 4, 5번째 사다리꼴에 이웃한 부분을 다른 색으로 칠하는 경우의 수는 3 X 2 X 2 X 2 X 2 = 48이다. 여기서 밑줄 친 부분은 위에서 구한 값(5)과 다르기 때문에 무언가 이상하다고 생각(1, 5번째 사다리꼴에 서로 다른 색을 칠해야 한다는 조건을 제대로 반영하지 않음)하여야 한다. 즉, ③에서 언급한 것과 같이 '각각의 경우마다 동일한 방법의 수가 발생'해야 하는데 실제 수형도에서도 확인할 수 있듯 '2가지마다 2가지씩, 또 그 각각마다 2가지씩 발생'하지 않기 때문에 틀린 풀이임을 알 수 있다. [다른 풀이의 시행착오]

⑤ 합의 법칙은 단순히 나뉘어진 것을 합한다는 것뿐만 아니라 전체에서 부정을 빼는 방식으로도 활용될 수 있다. 즉, 전체집합 U의 부분집합 A에 대하여 $n(A)+n(A^C)=n(U)$ 라는 것은 $n(A)=n(U)-n(A^C)$ 와 같은 맥락이다.
④에서 시도한 방법 중에서 1, 5번째 사다리꼴에 서로 같은 색을 칠하는 경우를 빼면 될 것이다. 1, 5번째 사다리꼴에 모두 를 칠하는 경우를 일일이 찾아보면

$$A-B-A-B-A,\ A-B-A-C-A,$$
$$A-B-C-B-A,\ A-C-A-B-A,$$
$$A-C-A-C-A,\ A-C-B-C-A$$

로 6가지이고, 모두 B, C를 칠하는 경우도 마찬가지로 6가지씩이므로 구하는 답은 48 - 3 X 6 = 30임을 알 수 있다. [합의 법칙을 이용한 다른 풀이]

⑥ 다음과 같이 문제에 제시된 그림이 바뀌더라도 모두 동일한 상황임을 안다.
[같은 내용, 다른 표현]



2 기출 문제의 진화를 느낀다.

하나의 문항을 올바르게 분석하는 것뿐만 아니라 여러 문제간 유사점과 차이점을 찾아보는 것 또한 중요하다. 이미 출제된 문제는 다시 똑같이 그대로 출제되는 것은 아니다. 우리가 기출 문제를 공부하는 필요성은 예전에 출제된 문제 Q가 그 전에 출제된 문제 Q', 더 그 이전에 출제된 문제 Q''과 비교하였을 때 $Q'' \Rightarrow Q' \Rightarrow Q$의 양상을 이해하는데 있다.

다음 예시는 2014학년도 9월 모의평가 A형 10번(위), 2015학년도 수능 B형 26번(아래) 문항이다.

10. $3 \le a \le b \le c \le d \le 10$을 만족시키는 자연수 $a,\ b,\ c,\ d$의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

① 240 ② 270 ③ 300 ④ 330 ⑤ 360

26. 다음 조건을 만족시키는 자연수 $a,\ b,\ c$의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \times b \times c$는 홀수이다.
(나) $a \le b \le c \le 20$

① 10번 문제의 풀이는 다음과 같이 생각해 볼 수 있다. 3 이상 10 이하의 자연수 8개 중에서 a, b, c, d로 쓸 4개를 선택해야 한다. 여기서 a, b, c, d 각각은 서로 같을 수도 있으므로 중복이 허용되는 상황이다. 또한, 순서를 따지지 않음(구분하지 않음)을 파악해야 하는데, 예를 들어 뽑은 4개의 수가 7, 5, 4, 5이든 5, 5, 4, 7이든 a = 4, b = 5, c = 5, d = 7로 자동 결정된다. 따라서 주어진 문제는 기호로 간단히 나타내면 ${}_8H_4$이므로 구하는 답은
${}_{8+4-1}C_4 = \frac{11\times10\times9\times8}{4\times3\times2\times1} = 330$ 이다. [기본 개념 적용하기]

② 10번 문제를 공부한 다음 26번 문제를 풀어보면 조건 (나)의 상황이 쉽게 파악될 것이다. 하지만 조건 (가)의 상황이 추가되었으므로 이 부분을 고려하여 생각해야 할 것이다. [유사점과 차이점 파악]

③ 세 자연수 a, b, c의 곱이 홀수라는 조건은 a, b, c가 모두 홀수라는 조건과 서로 필요충분조건의 관계이다. 따라서 26번 문제는 간단히 말해 'a ≤ b ≤ c ≤ 20을 만족시키는 세 홀수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수는?'이 된다. 이렇게 보면 10번 문제와 크게 다르지 않음을 알 수 있고, 따라서 구하는 답은 '1, 3, 5, ... , 19의 10개 중 a, b, c로 쓸 3개를 선택(중복 허용, 순서를 따지지 않음)'하는 경우의 수인 ${}_{10}H_3 = {}_{10+3-1}C_3 = \frac{12\times11\times10}{3\times2\times1} = 220$ 임을 알 수 있다.
[발전하여 적용하기]

기출 문제를 제대로 분석하는 것은 쉽지 않다. 하지만 교육과정이 개정되면서 쓸모없어진 기출 문제도 상당수이므로 선별적으로 교육과정에 맞는 기출 문제만 공부한다면 충분한 시간 내에 할 수 있다. 교육과정에 충실한 '좋은' 교재로 '열심히' 공부하는 수험생이 수능날 그 진가가 발휘될 것이다.

※ [공지] For. 2017 개정수학 대비 특별 칼럼의 마지막편이 12월 7일에 업로드 됩니다.
본 칼럼 시리즈에 많은 관심을 보여주신 학생 여러분에게 감사의 말씀을 전합니다.