제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{1+2\sqrt{3}} \times \dfrac{1}{4^{\sqrt{3}}}$의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x-8}{x-2}$의 값은? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$\dfrac{\cancel{(x-2)}(x+4)}{2}$

3. 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1 = \frac{a_3 - 2}{6}$$

을 만족시킬 때, a_4의 값은? [2점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

$a = \dfrac{9a-2}{6}$

$7a = 2 \quad \cdots \quad a = \frac{2}{3}$

$a_4 = \frac{2}{3} \times 27\ 9 = 18$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax - a^2 & (x \geq 1) \\ x - 3 & (x < 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

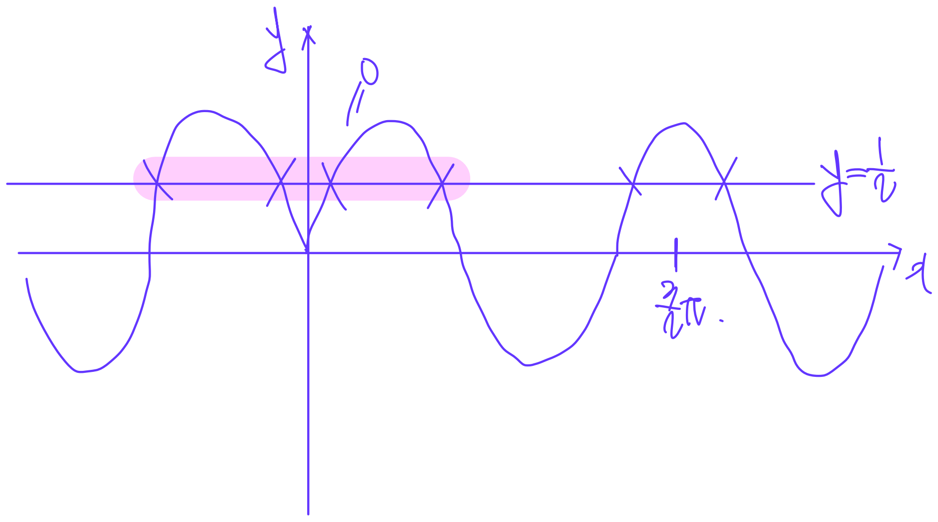
$a - a^2 = -2$

$a^2 - a - 2 = 0$

$(a-2)(a+1) = 0$

5. $-\pi \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $2\sin|x|-1=0$의 모든 해의 합은? [3점]

① 2π ② $\frac{5}{2}\pi$ ③ 3π ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ 4π



6. 부등식 $\left(\frac{1}{8}\right)^{x-6} \ge 64$를 만족시키는 모든 자연수 x의 개수는? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$2^{-3x+18} \ge 2^6$

$-3x+18 \ge 6$

$12 \le 3x$

$4 \le x$

7. 함수 $f(x)=x^3+3x^2-ax+3$이 $x=b$에서 극대이고 $x=1$에서 극소일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$f'(x)=3x^2+6x-a=3(x+3)(x-1)$

$3+6-a=0 \therefore a=9, b=-3$

8. $\frac{\pi}{2}<\theta<2\pi$인 θ에 대하여 $\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{1}{2}$일 때, $\frac{\tan\theta}{\sin\theta}$의 값은? [3점]

음 음 양 $\tan\theta=2$

① $-3\sqrt{5}$ ② $-2\sqrt{5}$ ③ $-\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

$2\cos\theta=\sin\theta$

$4\cos^2\theta=\sin^2\theta$

$4(1-\sin^2\theta)=\sin^2\theta$ $5\sin^2\theta=4$

$\sin^2\theta=\frac{4}{5}$

$\sin\theta=-\frac{2}{\sqrt{5}}$

$\frac{\tan\theta}{\sin\theta}=\frac{\frac{2}{1}}{-\frac{2}{\sqrt{5}}}=-\sqrt{5}$

9. 다항함수 $f(x)$가

$$f'(x)=12x^2+6x,\ f(0)=1$$

을 만족시킬 때, $\int_{-1}^{1} f(x)dx$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(x)=4x^3+3x^2+1$

$\int_{-1}^{1}(\cancel{4x^3}+3x^2+1)dx=[x^3+x]_{-1}^{1}=4$

10. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{4}(a_k+4)=30,\ \sum_{k=1}^{2}(a_{2k-1}+1)=6$$

일 때, a_2+a_4의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$a_1+a_2+a_3+a_4=14$

$a_1+a_3=4$

$a_2+a_4=10$

11. 두 자연수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=ax^2+6x-8$이

$$\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{(x-1)(x+b)}=\lim_{x\to\infty}\frac{bx^2}{f(x)}$$

을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$f(1)=a-2=0 \therefore a=2.$ $f(x)=2x^2+6x-8$

$$\lim_{x\to1}\frac{2(x+4)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+b)}=\frac{10}{b+1}$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{bx^2}{2x^2\cdots}=\frac{b}{2}$$

$$\frac{10}{b+1}=\frac{b}{2} \quad \therefore b^2+b-20=0$$

$(b+5)(b-4)=0$

$b=4.$

12. 세 양수 a, b, c에 대하여 닫힌구간 $[-1,\ a]$에서 정의된 함수 $f(x)=\tan b\pi(x+c)$가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$는 $x=1$, $x=7$에서만 불연속이다.

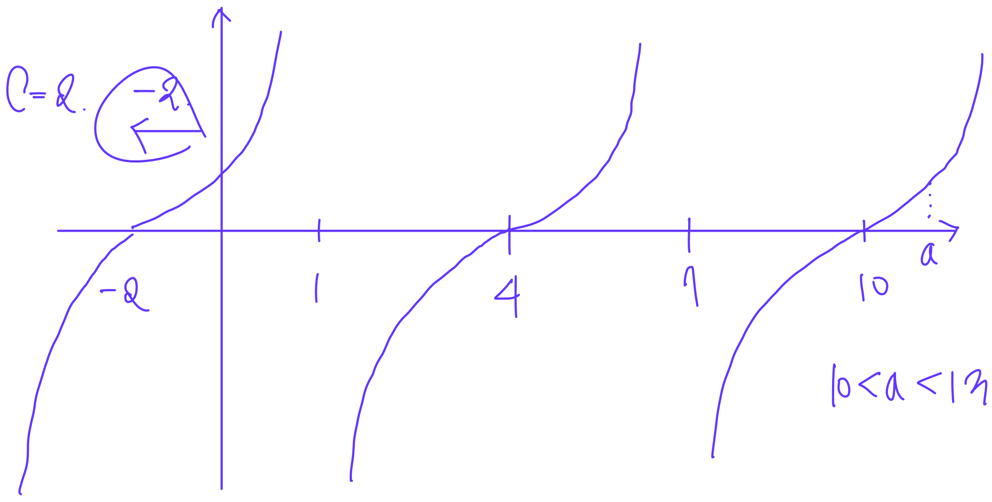
주기: 6

$f(a)=\sqrt{3}$일 때, $a\times b\times c$의 값은? (단, $c<8$) [3점]

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

$f(x)=\tan\frac{\pi}{6}(x+c)=\tan\frac{\pi}{6}(x+2)$

$C=2.$



$10<a<13.$

$\tan\frac{a+2}{6}\pi=\sqrt{3}.$ $\therefore a=12$

$12\times\frac{1}{6}\times2=4$

13. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2} & (a_n\text{이 짝수인 경우})\\ 2a_n & (a_n\text{이 홀수인 경우})\end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_5=1$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [3점]

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

$a_5=1.$

$a_4=2$

$a_3=\begin{cases}4 \;\therefore\; a_2=8 \;\therefore\; a_1=16\\ 1 \;\therefore\; a_2=2 \;\therefore\; a_1=\begin{cases}4\\1\end{cases}\end{cases}$

$16+4+1=21$

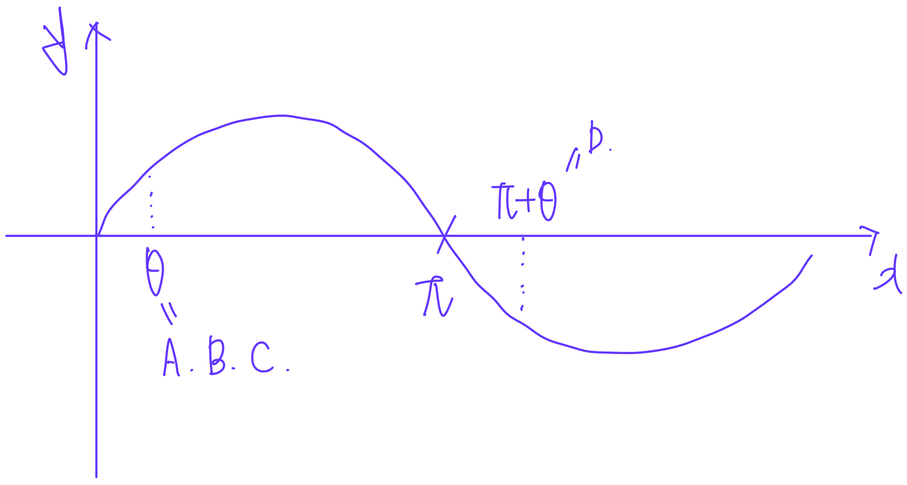
14. $\sin A=\sin B=\sin C=-\sin D$인 사각형 ABCD에 대하여

θ

$$\overline{BD}=4,\quad \overline{AB}\times\overline{CD}=2-\sqrt{2}$$

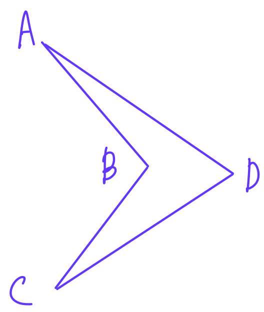
일 때, 사각형 ABCD의 둘레의 길이는? [4점]

① 8 ② $6\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{22}$ ⑤ $4\sqrt{6}$



$3\theta+\pi+\theta=2\pi$

$4\theta=\pi \;\therefore\; \theta=\frac{\pi}{4}.$



Let. $\overline{AB}=\alpha.$ $\overline{AD}=\beta.$

$\triangle ABD$

$16=\alpha^2+\beta^2-2\cdot\alpha\cdot\beta\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\alpha^2+\beta^2-\sqrt{2}\alpha\beta$

$2-\sqrt{2}.$

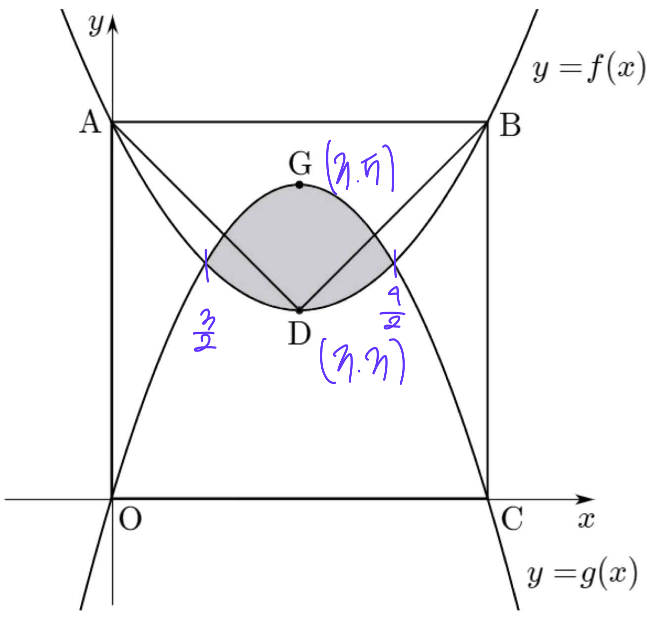
$\left(+\ \frac{(2+\sqrt{2})(\alpha\beta)}{2}\right)$

$18=\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta$

$(\alpha+\beta)^2 \;\therefore\; \alpha+\beta=3\sqrt{2}$

$2(\alpha+\beta)=6\sqrt{2}.$

15. 그림과 같이 좌표평면 위에 한 변의 길이가 6인 정사각형 OABC가 있다. 정사각형 OABC의 중심을 D, 삼각형 ABD의 무게중심을 G라 하자. 세 점 A, B, D를 지나는 이차함수와 세 점 O, C, G를 지나는 이차함수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$로 둘러싸인 부분의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

$f(x) = kx(x-6)+6$ ∴ $(3,3)$
$-9k+6=3$ ∴ $k=\frac{1}{3}$
$= \frac{1}{3}x^2 - 2x + 6$

$g(x) = kx(x-6)$ ∴ $(3,5)$
$-9k = 5$ ∴ $k = -\frac{5}{9}$
$= -\frac{5}{9}x^2 + \frac{10}{3}x$

$2 \quad -9$
$2 \quad -3$

$h(x) = g(x) - f(x) = -\frac{8}{9}x^2 + \frac{16}{3}x - 6 = -\frac{2}{9}(4x^2 - 24x + 27)$
$= -\frac{2}{9}(2x-3)(2x-9)$

$2 \cdot \int_{\frac{3}{2}}^{3} h(x)dx = -\frac{4}{9} \cdot \int_{\frac{3}{2}}^{3} (4x^2 - 24x + 27)$

$= -\frac{4}{9} \times \left[\frac{4}{3}x^3 - 12x^2 + 27x\right]_{\frac{3}{2}}^{3} = -\frac{4}{9}\left\{(36-108+81) - \left(\frac{9}{2} - 27 + \frac{81}{2}\right)\right\}$

45
9
18

$= -\frac{4}{9} \times (-9) = 4$

16. 두 점 P와 Q는 시각 $t=0$일 때 각각 점 A(1)와 점 B(4)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다. 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t>0)$에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = t^2 - 4t + 3,\ v_2(t) = at + b\ \ (a \neq 0,\ b < 3)$$

이다. 점 P와 점 Q의 속도가 같아지는 순간이 한 번뿐이고 시각 $t=3$에서의 점 P와 점 Q의 위치가 같을 때, $v_2(-1)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

‖ 접한다

① 4 ② $\frac{17}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{19}{4}$ ⑤ 5

$v_1'(t) = 2t - 4.$ $\quad (k,\ k^2 - 4k + 3)$

$v_2(t) = (2k-4)(t-k) + k^2 - 4k + 3$
$= (2k-4)t - k^2 + 3.$

$1 + \int_0^3 (t^2 - 4t + 3)dt = 1 + \left[\frac{1}{3}t^3 - 2t^2 + 3t\right]_0^3$
$= 1 + (9 - 18 + 9) = 1.$

$4 + \int_0^3 \{(2k-4)t - k^2 + 3\}dt = 4 + \left[(k-2)t^2 + (-k^2+3)t\right]_0^3$
$= 4 + (9k - 18 - 3k^2 + 9) = -3k^2 + 9k - 5$

$-3k^2 + 9k - 5 = 1$
$3k^2 - 9k + 6 = 3(k-2)(k-1) = 0$
X O
$k = 1$

$v_2(t) = -2t + 2$
$v_2(-1) = 4$

17. 자연수 $n(n \geq 2)$과 정수 m에 대하여 상수함수 $y=n^2-12n+27$과 함수 $y=x^n-m$가 만나는 점의 개수를 $f(n)$이라 하자. $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$에서 어떤 n에 대하여

$$f(n)=\begin{cases} 1 & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ 2 & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 m의 값을 합을 $g(n)$이라 할 때, $\sum_{n=2}^{6} g(n)$의 값은? [4점]

① 213 ② 215 ③ 217 ④ 219 ⑤ 221

$x^n = n^2-12n+27+m = (n-3)(n-9)+m$.

$n=2$ .. $7+m$.

$0 < 7+m < 2$.

$-7 < m \leq -5$

$m=-6, -5$

$\Longrightarrow -11$

$n=3$ .. m

$-2\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$

$m=-2 \sim 2$

$\Longrightarrow 0$

$n=4$ .. $-5+m$

$0 < -5+m \leq 4$

$5 < m \leq 9$

$m = 6, 7, 8, 9$

$\Longrightarrow 30$

$n=5$ .. $-8+m$

$-4\sqrt{2} \leq -8+m \leq 4\sqrt{2}$

$8-4\sqrt{2} \leq m \leq 8+4\sqrt{2}$

$m = 3 \sim 13$

$\Longrightarrow 88$

$n=6$ .. $-9+m$

$0 < -9+m \leq 8$

$9 < m \leq 17$

$m = 10 \sim 17$

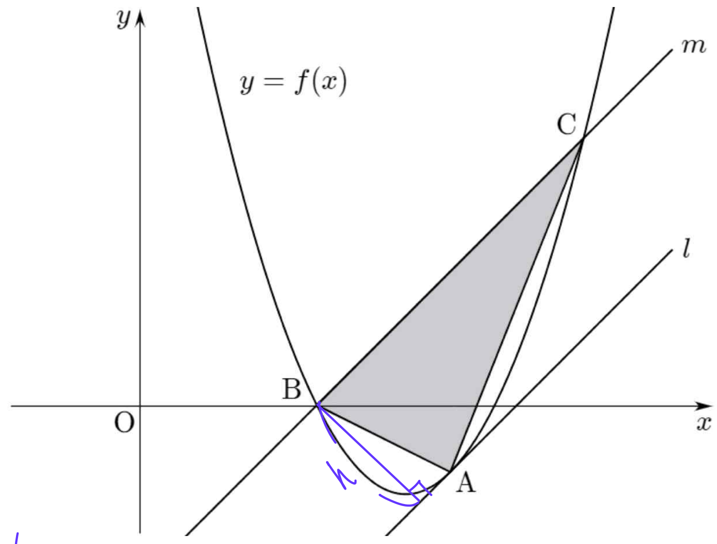
$\Longrightarrow 108$

$(-11)+30+88+108 = 215$

18. 그림과 같이 실수 $t(t>3)$에 대하여 함수 $f(x)=x^2-6x+8$ 위의 점 $\mathrm{A}(t,\ f(t))$에서의 접선을 l이라 할 때, 직선 l과 평행하며 점 $\mathrm{B}(2,\ 0)$을 지나는 직선을 m이라 하고, 직선 m이 함수 $y=f(x)$와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자.

삼각형 ABC의 넓이를 $S(t)$라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{S(t)}{t^3}$의 값은?

[4점]



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f'(x) = 2x-6$. (t, t^2-6t+8)

l : $y = (2t-6)(x-t)+t^2-6t+8 = (2t-6)x-t^2+8$.

m : $y = (2t-6)(x-2)$

$f(x) = (2t-6)(x-2)$ ... $(x-2)\{\underbrace{(x-4)-(2t-6)}\}$

$x = 2t-2$ .. $C(2t-2,\ 4t^2-20t+24)$

$\overline{BC} = \sqrt{(2t-4)^2+(4t^2-20t+24)^2}$.

$h = \frac{|4t-12-t^2+8|}{\sqrt{(2t-6)^2+1}} = \frac{t^2-4t+4}{\sqrt{(2t-6)^2+1}}$ $\Longrightarrow$ 점과 직선 사이의 거리 공식

$S(t) = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times h$ .... t^3 ..

$\lim_{t\to\infty} \frac{S(t)}{t^3} = 1$.

19. 세 정수 a, b, c와 함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $= x(x-3)^2$

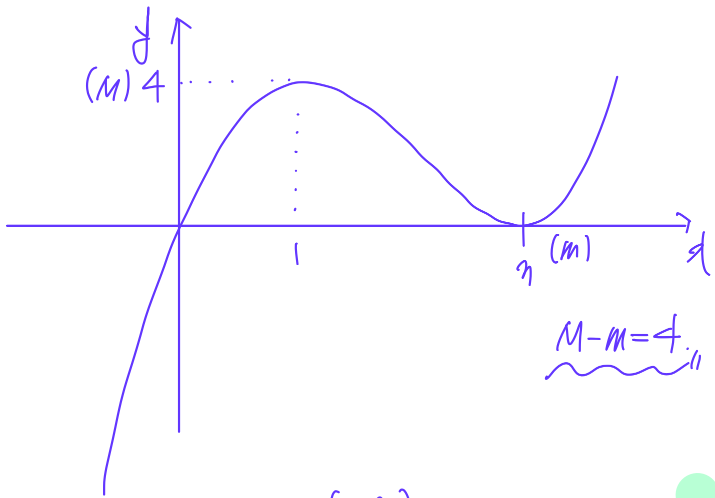
$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<c) \\ f(x-a)+b & (x \ge c) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $g(5)$의 값의 합은? [4점]

> 양의 실수 k에 대하여 두 방정식
> $g(x)=k$, $g(x)=2k$는 모두 중근을 갖는다.

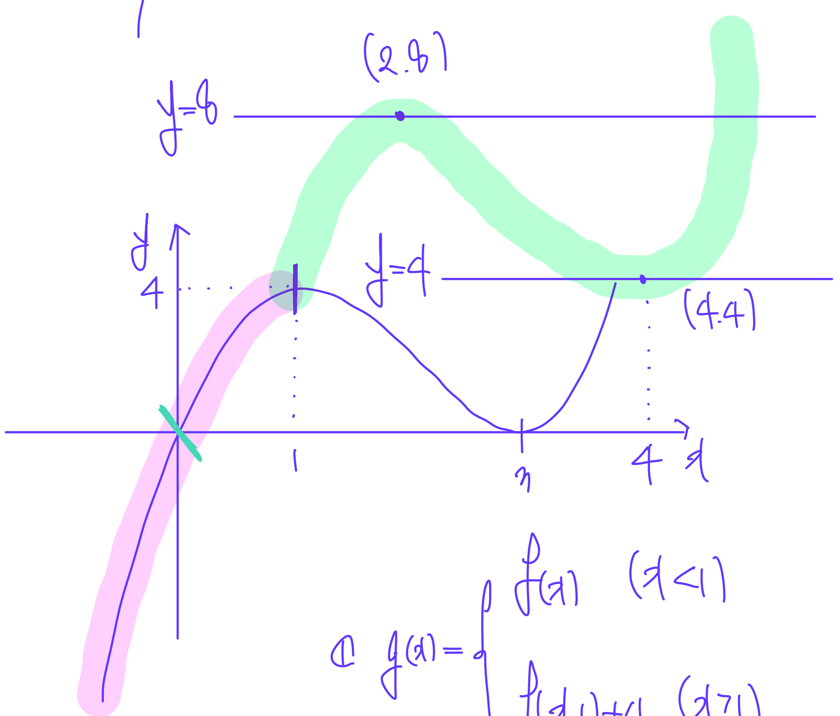
① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$f'(x) = 3x^2-12x+9 = 3(x-1)(x-3)$



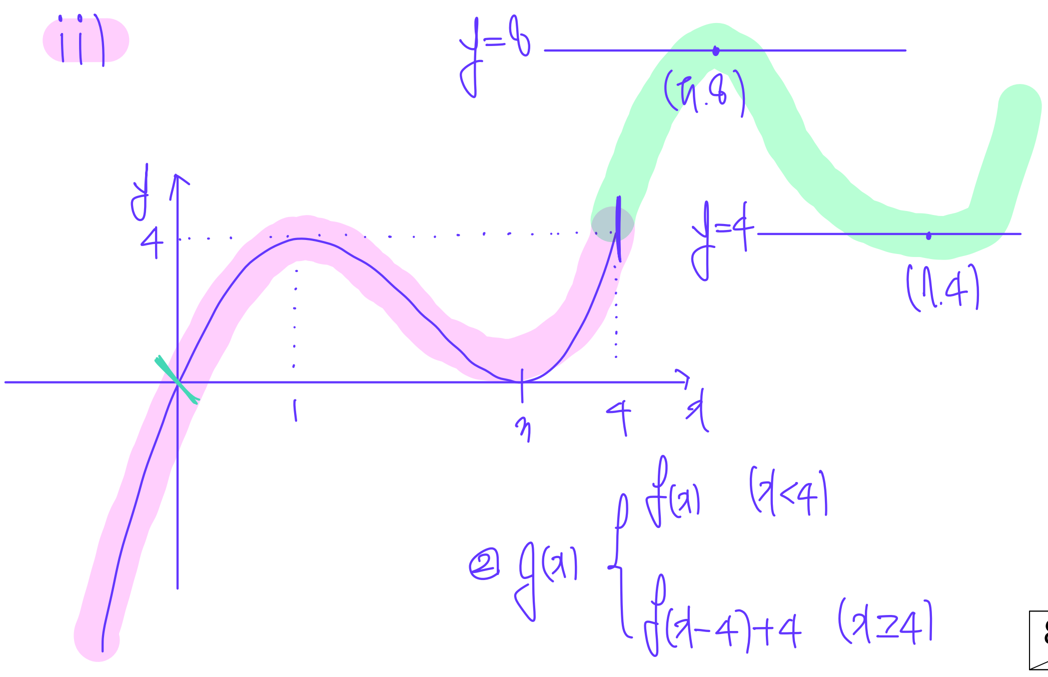
$M-m=4$

i)



① $g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ f(x-1)+4 & (x\ge1) \end{cases}$

ii)



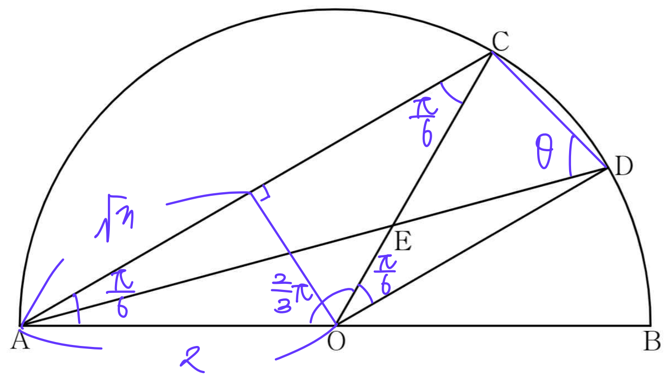
② $g(x)\begin{cases} f(x) & (x<4) \\ f(x-4)+4 & (x\ge4) \end{cases}$

① $g(5)=f(4)+4=8$. ② $g(5)=f(1)+4=8$.

20. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 두 점 C, D와 선분 AB의 중점 O에 대하여

$\angle ACO=\dfrac{\pi}{6}$, $\overline{AC} \mathbin{/\!/} \overline{DO}$

일 때, 두 선분 AD, CO가 만나는 점을 E라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $\overline{AC}=2\sqrt{3}$
ㄴ. $\overline{AD}+\overline{CD}=5$
ㄷ. $\overline{OE}=\sqrt{3}-1$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ.

$\triangle ACD$ ∴ $\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin\theta}=4$ ∴ $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\theta=\dfrac{\pi}{3}$

let. $\overline{AD}=\alpha$. $\overline{CD}=\beta$

$12=\alpha^2+\beta^2-2\cdot\alpha\cdot\beta\cdot\frac{1}{2}=\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta$.

평행조건에 의해 $\triangle ACD=\triangle OAC$.

$\frac{1}{2}\times\alpha\times\beta\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$.

∴ $\alpha\beta=4$.

$12=\alpha^2+\beta^2-\alpha\beta$ $(+3\alpha\beta)$ ∴ $(\alpha+\beta)^2=24$ ∴ $\alpha+\beta=2\sqrt{6}$

ㄷ. let $\overline{OE}=x$ ∴ $\overline{CE}=2-x$

평행조건에 의해 $\angle EOD=\dfrac{\pi}{6}$.

$\triangle AOD=\triangle AOE+\triangle ODE$

$\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}\times2\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times2\times x\times\frac{1}{2}\right)$

$1=\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}x$

$x(\sqrt{3}+1)=2$ ∴ $x=\sqrt{3}-1$

21. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

> (가) $a_1 = 4$이고, 모든 자연수 n에 대하여
> $$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{1}{a_n} + k & (a_n\text{이 정수가 아닌 경우}) \\ \dfrac{a_n}{k} & (a_n\text{이 정수인 경우}) \end{cases}$$
> 이다.
> (나) $a_3 \times a_4$의 값은 정수이다.

$\sum_{n=1}^{4} a_n \le 30$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

$a_1 = 4.$

$a_2 = \dfrac{4}{k}$

$a_3 = \begin{cases} \dfrac{k}{4} + k & (a_2\text{가 정수 X} = k\text{가 3이거나 4보다 큰 수}) \\ \dfrac{4}{k^2} \end{cases}$

$\Longrightarrow$ ① $k=1$ ∴ $a_2 = 4.$ $a_3 = 4.$ $a_4 = 4$

② $k=2$ $a_2 = 2$ $a_3 = 1$ $a_4 = \frac{1}{2}$ 정수 X.

③ $k=4$ $a_2 = 1$ $a_3 = \frac{1}{4}$ $a_4 = 6$

$a_4 = \begin{cases} ① \ \dfrac{4}{5k} + k & (a_3\text{이 정수 X} = k\text{가 4의 배수 X}) \\ ② \ \dfrac{5}{4} & (a_3\text{이 정수} = k\text{가 4의 배수}) \end{cases}$

1) $a_3 \times a_4 = \dfrac{5k}{4} \times \dfrac{5k^2+4}{5k} = \dfrac{5k^2+4}{4}$

∴ k는 2의 배수.

즉, k는 2의 배수이지만 4의 배수 X

$\sum_{n=1}^{4} a_n = 4 + \dfrac{4}{k} + \dfrac{5k}{4} + \dfrac{4}{5k} + k$

$k=6$. $10 + \frac{2}{3} + \frac{15}{2} + \frac{2}{15}$ (o)

$k=10$ $14 + \frac{2}{5} + \frac{25}{2} + \frac{2}{25}$ (o)

$k=14$ $18 + \frac{2}{7} + \frac{35}{2} + \frac{2}{35}$ (x)

단답형

22. $2\log_{25}10 - \dfrac{1}{\log_2 5}$의 값을 구하시오. [3점]

$\log_{25}100 - \log_5 2$

$= \log_5 10 - \log_5 2 = 1$

1//

23. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 3$에 대하여 $\lim_{h\to 0} \dfrac{f(2+h) - f(2)}{2h}$의 값을 구하시오. [3점]

$= \dfrac{f'(2)}{2}$

$f'(x) = 3x^2 - 2$ $f'(2) = 10.$

5//

2) $a_3 \times a_4 = \dfrac{5k}{4} \times \dfrac{5}{4} = \dfrac{25}{16}k$

∴ k = 16의 배수

즉, k는 16의 배수

$\sum_{n=1}^{4} a_n = 4 + \dfrac{4}{k} + \dfrac{5k}{4} + \dfrac{5}{4}$

$k=16$ $4 + \frac{1}{4} + 20 + \frac{5}{4}$ (o)

$k=32$ $4 + \frac{1}{8} + 40 + \frac{5}{4}$ (x)

$k = 1.\ 4.\ 6.\ 10.\ 16$

$\Rightarrow 37$

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{5}(a_k-2b_k)=20,\ \sum_{k=1}^{5}(2a_k+b_k)=35$$

일 때, $\sum_{k=1}^{5}(a_k+b_k)$의 값을 구하시오. [3점]

$a_k-2b_k=20.$ $4a_k+2b_k=70$

$5a_k=90$ ∴ $a_k=18.$ $b_k=1$

$a_k+b_k=19$

19

25. 좌표평면 위의 점 A에 대하여
동경 OA가 나타내는 각의 크기를 θ라 할 때,

$$\sin\theta\times\cos\theta=\frac{2}{5}$$

를 만족시키는 두 점을 각각 $\mathrm{A_1}$, $\mathrm{A_2}$라 하자.
$\overline{\mathrm{A_1A_2}}=12$일 때, 삼각형 $\mathrm{A_1A_2O}$의 넓이를 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [3점]

48

Let. $A(a.b)$ $\quad \sin\theta=\dfrac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\cos\theta=\dfrac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\sin\theta\times\cos\theta=\dfrac{ab}{a^2+b^2}=\dfrac{2}{5}$

$2a^2+2b^2=5ab$ ∴ $2a^2-5ab+2b^2=0$

$\begin{matrix}1 & -2\\ 2 & -1\end{matrix}$

$(a-2b)(2a-b)=0$

$b=\frac{a}{2}$ or $b=2a.$

$A_1(a.\frac{a}{2})$ $\quad A_2(a.2a)$

$\overline{A_1A_2}=\frac{3}{2}a=12$ ∴ $a=8.$ $\triangle A_1A_2O=\frac{1}{2}\times\overset{4}{\cancel{8}}\times12=48$

26. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 S_n과 T_n을

$$S_n=a_{2n-1}+a_{2n},\ T_n=a_{3n-2}$$

라 하자. 세 수열 $\{a_n\}$, S_n, T_n은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n\le a_{n+1}$이다.
> (나) 수열 S_n, T_n은 등차수열이고 $2S_1=T_2=4$이다.

$S_1=2.$ ∴ $a_1=a_2=1.$

$\sum_{n=1}^{10}a_n$의 값을 구하시오. [4점]

a_1 a_2	a_3 a_4	a_5 a_6	a_7 a_8	a_9 a_{10}
1 1	2 4	(4. 6) (5. 5)	7 7	8 10
2	6	10	14	18
S_1	S_2	S_3	S_4	S_5

$d.$

50

1) $d=1.$ (x)

$2+1=4+\alpha$ (x)

2) $d=2.$ (x)

$2+2=4+d$ (x)

3) $d=3$ (x)

$2+3=4+1$ (o).

$S_3=8$ (o)

$S_4=11$ (x)

4) $d=4$ (o)

$2+4=4+2$ (o)

$S_3=10$ (o)

$S_4=14$ (o)

$S_5=18$ (o)

5) $d=5$

$2+5=4+3$ (o)

$S_3=12$ (o)

$S_4=17$ (o)

$S_5=22$ (x)

27. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(k)$를

$$g(k)=\int_{k}^{2k} f(x)dx \quad (k \ge 0)$$

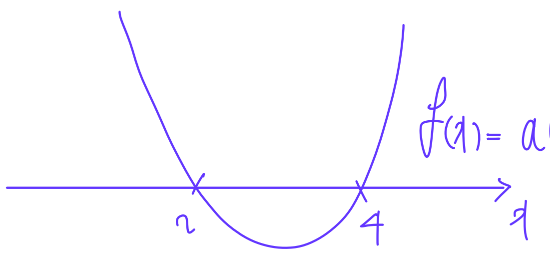
라 하자. 함수 $g(k)$는 구간 $[0,\ 1]$에서 증가하고,
구간 $[1,\ 2]$에서 감소하고, 구간 $[2,\ \infty)$에서 증가한다.
함수 $g(k)$의 극댓값이 3일 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

$g(1)=\int_1^2 f(x)dx$. 증가 $\Longrightarrow$ $x=1$에서 $x=2$까지의 $f(x)$ 넓이가 양수.

$g(2)=\int_2^4 f(x)dx$. 감소 $\Longrightarrow$ $x=2$에서 $x=4$까지의 $f(x)$ 넓이가 음수.

$\downarrow$

이후로는 양수.



$f(x)=a(x-2)(x-4)$

$k=1$ 일 때, $g(k)$ 극대.

$$a\int_1^2 (x^2-6x+8)dx = a\times\left[\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x\right]_1^2$$

$$=a\times\left\{\left(\frac{8}{3}-12+16\right)-\left(\frac{1}{3}-\underset{5}{3+8}\right)\right\}$$

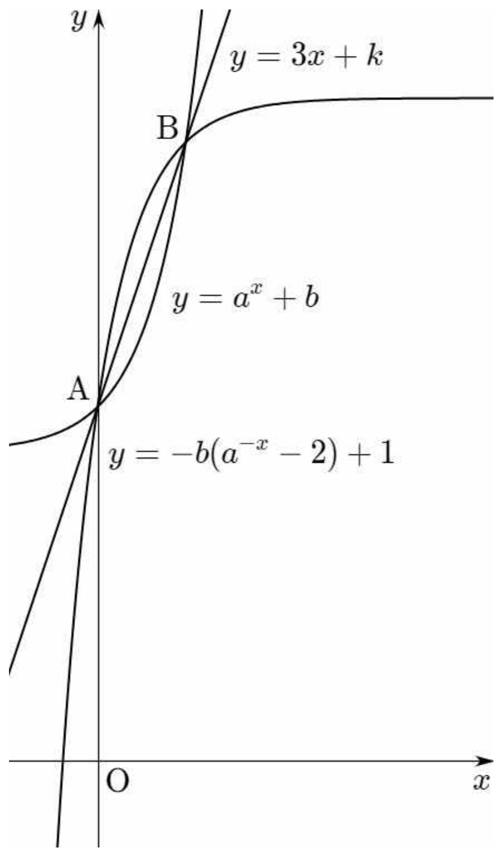
$$=a\times\left(\frac{4}{3}\right)=3 \quad \therefore a=\frac{9}{4}$$

$$f(8)=\frac{9}{\cancel{4}}\cdot 6\cdot\cancel{4}=54$$

54

28. 두 양수 $a(a>1)$, b에 대하여 곡선 $y=a^x+b$와
$y=-b(a^{-x}-2)+1$가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자.
두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식이 $y=3x+k$이고
삼각형 ABO의 넓이가 8일 때, $a^2\times b+k$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]

57



$a^x+b=-b(a^{-x}-2)+1$ let. $a^x=t$

$t+b=-\frac{b}{t}+2b+1$

$t-b-1+\frac{b}{t}=0$ $(\times t)$ $(t\neq 0)$

$t^2-(b+1)t+b=(t-b)(t-1)=0$

$t=b$ or $t=1$

$x=\log_a b$ or $x=0$. $\therefore$ $A(0,\ b+1)$ $B(\log_a b,\ 2b)$

① $\triangle ABO=\frac{1}{2}\times(b+1)\times\log_a b=8$

$(b+1)\times\log_a b=16 \quad \therefore \log_a b=\frac{16}{b+1}$

② $\frac{b-1}{\log_a b}=3$ (기울기)

$$\Rightarrow \frac{\frac{b-1}{1}}{\frac{16}{b+1}}=\frac{b^2-1}{16}=\cancel{3}^{48} \quad b^2=49$$

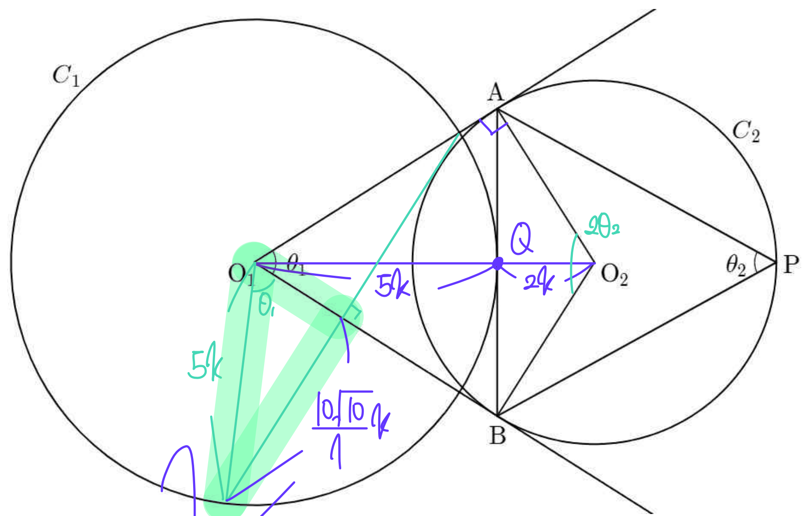
$b=7$

$\frac{6}{\log_a 7}=3$ $\therefore$ $a=\sqrt{7}$. $k=8$.

$a^2\times b+k=49+8=57$

29. 그림과 같이 두 점 O_1, O_2를 각각 중심으로 하는 두 원 C_1, C_2가 있다. 점 O_1에서 원 C_2에 그은 두 접선이 원 C_2와 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자.
선분 AB와 원 C_1은 한 점에서 만나고 삼각형 ABO_1과 삼각형 ABO_2의 넓이의 비는 $5:2$이다.
이때 원 C_1과 만나지 않는 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle AO_1B=\theta_1$, $\angle APB=\theta_2$라 하자.
$\sin 2\theta_1+\sin 2\theta_2=\frac{q}{p}\sqrt{10}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

75



Let. $\overline{AQ}=x$

$\overline{O_1A}=\sqrt{x^2+25k^2}$ $\quad\overline{O_2A}=\sqrt{x^2+4k^2}$

$49k^2=x^2+25k^2+x^2+4k^2$ ∴ $x^2=10k^2$ ∴ $\overline{O_1A}=\sqrt{35}k$

$\overline{O_2A}=\sqrt{14}k$

$\overline{AQ}=\sqrt{10}k$

선분 $\overline{O_1A}$와 원 C_1가 만나는 점에서 선분 $\overline{O_1B}$에 내린 수선의 발의 연장선이 원 C_1과 만나도록 선을 긋는다. 그럼 $2\theta_1$을 구할 수 있다.

$\triangle O_1AB$. $\quad 40k^2=70k^2-70k^2\cos\theta_1$ ∴ $\cos\theta_1=\frac{3}{7}$. $\sin\theta_1=\frac{2\sqrt{10}}{7}$.

$\triangle \quad \sin\theta_1=\dfrac{\frac{10\sqrt{10}}{7}k}{\frac{5k}{1}}=\frac{2\sqrt{10}}{7}$

∴ cos 법칙에 의해. $\frac{4000}{49}k^2=50k^2-50k^2\cos 2\theta_2$

$\frac{1550}{49}k^2=-50k^2\cos 2\theta_2$ ∴ $\cos 2\theta_2=-\frac{31}{49}$

$\sin 2\theta_2=\frac{12\sqrt{10}}{49}$

□ O_1AO_2B에서 두 각이 $\frac{\pi}{2}$ 이므로. $\theta_1+2\theta_2=\pi$ 이다.

즉, $2\theta_2=\pi-\theta_1$ 이다. $\quad \sin 2\theta_2=\sin(\pi-\theta_1)=\frac{2\sqrt{10}}{7}$

$\sin 2\theta_1+\sin 2\theta_2=\frac{26\sqrt{10}}{49}$ ∴ $p+q=75$

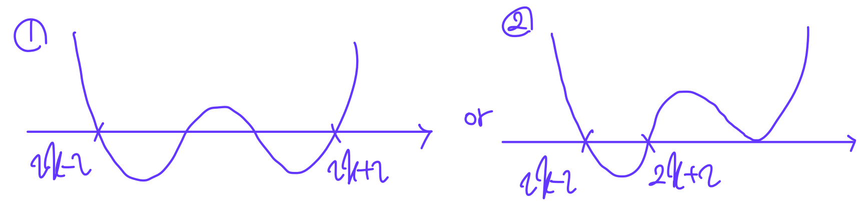
30. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 구간 $(-\infty, 2k-2]$와 $[2k+2, \infty)$에서 $f(x)\ge 0$이 되도록 하는 실수 k는 오직 하나뿐이다.
> (나) 방정식 $\lim_{f(t)\to 0}\{f(t+1)-f(t)\}=0$을 만족시키는 정수 t의 값의 개수는 2이다.

$f(1)=-1$, $f'(1)<0$일 때, $f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

224

(가) ⇒ 최고차항의 계수가 양수이고,



꼴이다.

즉, $f(2k-2)=f(2k+2)=0$ 이다.

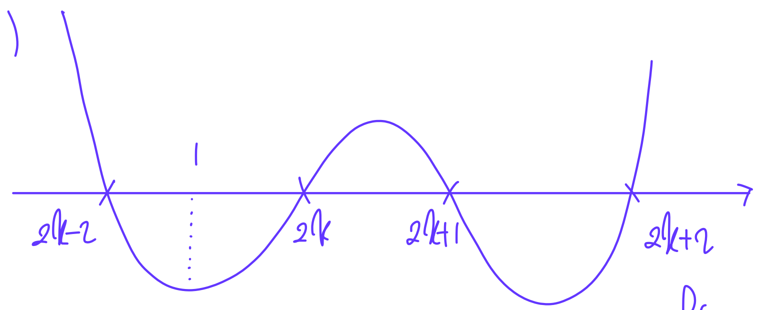
(나) ⇒ $\lim_{f(t)\to 0}\{f(t+1)-f(t)\}=0$ 에서 $f(t)$의 값은 0이므로. $f(t+1)$의 값도 0이다.

즉. $f(t)$가 0일 때, $f(t+1)$도 0이다.

즉, 모든 근은 정수이고 두 근의 차가 1인 구간이 두 개 존재한다.

(나) 조건에 의해 ② 탈락.

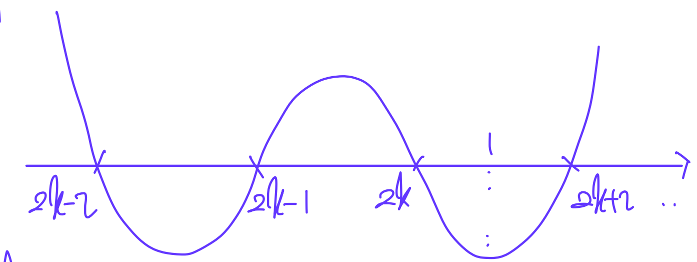
1)



∴ $k=1$.

⇒ $f'(1)>0$ 이므로 불가.

2)



∴ $k=0$

$f(x)=ax(x-2)(x+1)(x+2)$ $\quad f(1)=-6a=-1$ ∴ $a=\frac{1}{6}$.

$f'(x)=\frac{1}{6}(2x-2)(x^2+3x+2)+\frac{1}{6}(x^2-2x)(2x+3)$

$f'(1)<0 \quad f(6)=\frac{1}{6}\cdot 6\cdot 4\cdot 7\cdot 8=224$

> ＊ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.