

수학 영역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 수학강사 이대은**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- 공통과목 1~8쪽
- 선택과목
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{27} \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 3$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) = 60$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은?

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 - f(1)$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^3 + 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 3$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. $\cos\theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7}\cos\theta$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은?

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

7. 상수 a ($a > 2$)에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의

점근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각

A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 두 곡선

$$y = 2x^2 - 1, \quad y = x^3 - x^2 + k$$

가 만나는 점의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

Note 1.

$$S_n \text{이 주어진 경우} \Rightarrow S_n - S_{n-1} = a_n, \quad n \geq 2$$

Note 2.

$$S_n = pn^2 + qn \Rightarrow a_n = 2pn + q - p \quad n \geq 1$$

$$S_n = pn^2 + qn + r \Rightarrow a_n = 2pn + q - p \quad n \geq 2$$

Note 3.

$$\sum_1^n (a_k - a_{k+1}) = a_1 - a_{n+1}$$

10. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = kx(x-2)(x-3)$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축이 원점 O 와 두 점 P ,

Q ($\overline{OP} < \overline{OQ}$)에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OP 로

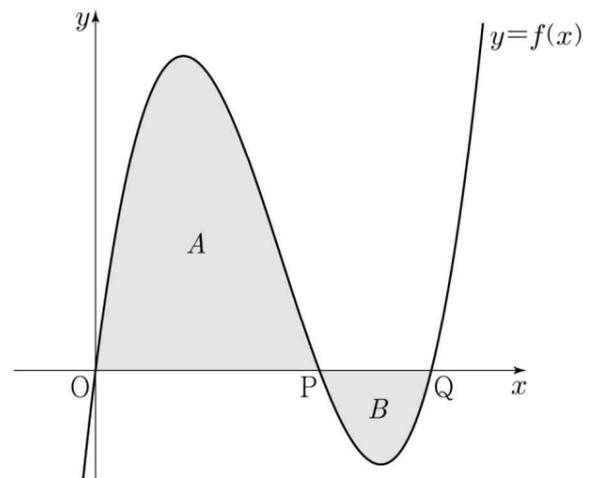
둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인

영역을 B 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) - (B \text{의 넓이}) = 3$$

일 때, k 의 값은?

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$



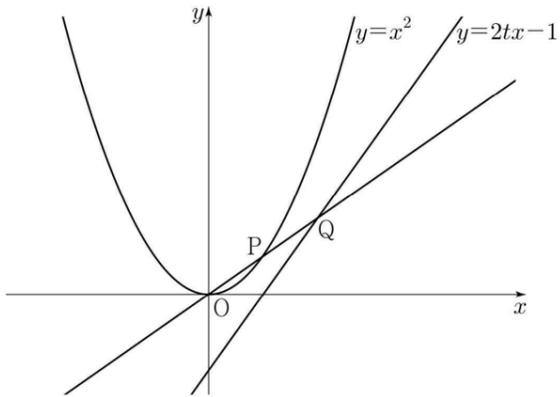
Note 1.

두 곡선이 한 점을 공유

=> 넓이차를 1개의 정적분으로 표현하기

11. 그림과 같이 실수 t ($0 < t < 1$)에 대하여 곡선 $y = x^2$ 위의 점 중에서 직선 $y = 2tx - 1$ 과의 거리가 최소인 점을 P라 하고, 직선 OP가 직선 $y = 2tx - 1$ 과 만나는 점을 Q라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 1-} \frac{\overline{PQ}}{1-t}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)



- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

Note 1.

곡선 위의 점과 직선 사이의 거리의 최대 최소
=> 접선의 기울기가 직선과 평행한 접점

Note 2.

$f(x), g(x)$ 교점 => $f(x) = g(x)$ 실근

Note 3.

분수끼리 합차 => 통합

Note 4.

$\sqrt{A^2} = |A|$

12. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1}$ ($n \geq 1$)이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은?

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

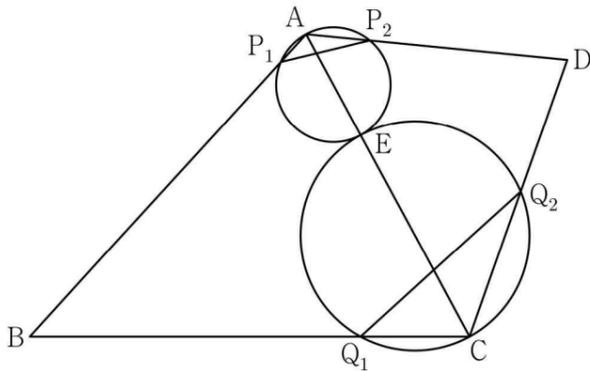
Note 1.

등차수열 $a_n, b_n \Rightarrow c_n = a_n \pm b_n$ 등차수열

13. 그림과 같이

$$\overline{BC}=3, \overline{CD}=2, \cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P₁, P₂라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q₁, Q₂라 하자. $\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3 : 5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$)



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

Note 1.

- sin 법칙 ⇒ 1) 각2개 변1개
2) 외접원 반지름
3) 길이비 or sin비

Note 2.

- cos 법칙 : 1) 각 1개 변 2개
2) 변 3개
3) 세 변의 길이비

Note 3.

$a \pm b, ab \Rightarrow$ 근과 계수, 곱셈공식

Note 4.

동일한 성분을 두 가지 이상의 방법으로 표현 => 관계식

14. 실수 $a (a \geq 0)$ 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의

시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 를

$$v(t) = -t(t-1)(t-a)(t-2a)$$

라 하자. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때 출발한 후 운동 방향을 한 번만 바꾸도록 하는 a 에 대하여, 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P의 위치의 변화량의 최댓값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

Note 1.

운동방향 바꾸기 => 속도 부호 바뀜

Note 2.

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{a+c}^{b+c} f(x-c)dx$$

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$$a_1 = k \text{이고, 모든 자연수 } n \text{에 대하여}$$

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은?

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

Note 1.

점화식 발견적 추론

=> case 분류시 귀류법 (자연수 조건, 부등식이용)

Note 2.

점화식 발견적 추론하는 경우

- 1) 점화식이 a_n 을 기준으로 나뉘는 경우
- 2) 중간항에 대한 정보가 주어진 경우
- 3) a_k 구하는 문제에서 k 가 작은 경우

단답형

16. 부등식 $2^{x-6} \leq \left(\frac{1}{4}\right)^x$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오.

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 8x^3 - 1$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

18. 두 상수 a, b 에 대하여 삼차함수

$$f(x) = ax^3 + bx + a$$

는 $x=1$ 에서 극소이다. 함수 $f(x)$ 의 극솟값이 -2 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오.

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin bx + 8 - a$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.
- (나) $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

20. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$ 의 값을 구하시오.

- $x \geq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) \geq g(4)$ 이고 $|g(x)| \geq |g(3)|$ 이다.

Note 1.

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt \Rightarrow g(a) = 0, g'(a) = f(a)$$

Note 2.

모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq f(a) \Rightarrow f(x)$ 는 $x=a$ 에서 최소
미분가능하다면 $f'(a) = 0$

Note 3.

$|f(x)|$ 의 최소는 0이 가장 큰 후보

Note 4.

n 차 함수 구하기 \Rightarrow 식 $n+1$ 개

21. 실수 t 에 대하여 두 곡선 $y=t-\log_2 x$ 와 $y=2^{x-t}$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 하자. <보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C 의 값을 정할 때, $A+B+C$ 의 값을 구하시오. (단, $A+B+C \neq 0$)

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$ 이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$ 이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$ 이다.

<보 기>

ㄱ. $f(1)=1$ 이고 $f(2)=2$ 이다.
 ㄴ. 실수 t 의 값이 증가하면 $f(t)$ 의 값도 증가한다.
 ㄷ. 모든 양의 실수 t 에 대하여 $f(t) \geq t$ 이다.

Note 1.
 $f(x).g(x)$ 교점 $\Rightarrow f(x) = g(x)$ 실근

Note 2.
 교점의 x 좌표 비료 $\Rightarrow y$ 값 비교

Note 3.
 초월함수 방부등식은 일반적으로 해를 구할 수 없다
 \Rightarrow 대입의 최선

22. 정수 a ($a \neq 0$)에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 곱이 -12 가 되도록 하는 a 에 대하여 $f'(10)$ 의 값을 구하시오.

함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\left\{ \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} \right\} \times \left\{ \frac{f(x_2) - f(x_3)}{x_2 - x_3} \right\} < 0$$

을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3 이 열린구간 $\left(k, k + \frac{3}{2}\right)$ 에 존재한다.

Note 1.

임의의 x_1, x_2
 $\Rightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ 는 $f'(x)$ 이용

Note 2.

3차, 접선 교점
 \Rightarrow 비율관계

Note 3.

조건을 만족시키는 경우의 수 2가지 이상
 \Rightarrow 귀류법(부등식, 자연수조건)

Note 4.

귀류법 이용시 가장 답이 아닐 것 같은 케이스가 답일 가능성이 높다

- * 확인 사항
 - 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 5개의 문자 a, a, b, c, d 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는?

- ① 50 ② 55 ③ 60 ④ 65 ⑤ 70

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cap B^c) = \frac{1}{9}, P(B^c) = \frac{7}{18}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, B^c 은 B 의 여사건이다.)

- ① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{11}{18}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{13}{18}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

25. 흰색 손수건 4장, 검은색 손수건 5장이 들어 있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 4장의 손수건을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 4장의 손수건 중에서 흰색 손수건이 2장 이상일 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{9}{14}$ ④ $\frac{5}{7}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

26. 다항식 $(x-1)^6(2x+1)^7$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는?

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

27. 한 개의 주사위를 두 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 하자. $a \times b$ 가 4의 배수일 때, $a+b \leq 7$ 일 확률은?

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{7}{15}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) $f(1) \times f(3) \times f(5)$ 는 홀수이다.
 (나) $f(2) < f(4)$
 (다) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

- ① 128 ② 132 ③ 136 ④ 140 ⑤ 144

Note 1.

곱이 홀수 => 홀수끼리의 곱

Note 2.

복잡한 조건의 함수 개수 => 그림 이용하여 해석하기

Note 3.

치역의 개수 정해짐

=> 반드시 적어도 한 번 선택

Note 4.

case 분류시 반드시 case의 합집합이 전체인지 확인

Note 5.

정의역 r 개 공역 n 개

모든 함수 : ${}_n \Pi_r$

$f(x_1) > f(x_2) : {}_n C_r$

$f(x_1) \geq f(x_2) : {}_n H_r$

일대일함수 : ${}_n P_r$

단답형

29. 그림과 같이 2장의 검은색 카드와 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 흰색 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 왼쪽에서 오른쪽으로 일렬로 배열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. (단, 검은색 카드는 서로 구별하지 않는다.)

- (가) 흰색 카드에 적힌 수가 작은 수부터 크기순으로 왼쪽에서 오른쪽으로 배열되도록 카드가 놓여 있다.
- (나) 검은색 카드 사이에는 흰색 카드가 2장 이상 놓여 있다.
- (다) 검은색 카드 사이에는 3의 배수가 적힌 흰색 카드가 1장 이상 놓여 있다.



Note 1.

간격에 대한 조건이 주어진 경우

- 1) 조건 붙은 애를 먼저 배열
- 2) 사이에 조건에 맞는 빈자리 넣기

Note 2.

적어도, 또한, 이상 이하 => 여사건

Note 3.

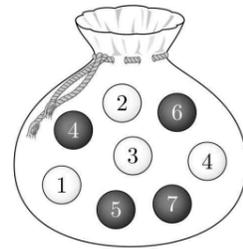
전사건이 아닌 일부에서 여사건을 사용할 경우
 $(n(A) - n(A \cap B^c))$ 이용 ($n(A) - n(B^c)$ 이용시 오답)

30. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어 꺼낸 공이 서로 다른 색이면 12를 점수로 얻고, 꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 두 공에 적힌 수의 곱을 점수로 얻는다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 24 이하의 짝수일 확률이

$\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



Note 1.

적어도, 또는, 이상 이하 => 여사건

Note 2.

곱이 짝수 => 곱해지는 값 중 적어도 하나가 짝수

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+9n} - \sqrt{n^2+4n})$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = \frac{5t}{t^2+1}, \quad y = 3\ln(t^2+1)$$

에서 $t=2$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

25. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{ax+b}-8}{2^{bx}-1} = 16$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a 와 b 는 0이

아닌 상수이다.)

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

Note 1.

$\frac{0}{0}$ 의 극한값 구하기

\Rightarrow 로피탈의 정리로 극한값과 동일한 값 파악가능

Note 2.

미지수 구하기 \Rightarrow 미지수 개수 = 식 개수

26. x 에 대한 방정식 $x^2 - 5x + 2\ln x = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 t 의 값의 합은?

- ① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

Note 1.

$f(x) = g(x)$ 실근개수

$\Rightarrow f(x), g(x)$ 교점 개수

Note 2.

교점 개수 \Rightarrow 그래프 그리기

27. 실수 t ($0 < t < \pi$)에 대하여 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ 에서의 접선과 점 P 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \pi^-} \frac{\tan \theta}{(\pi - t)^2}$ 의 값은?
 ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

Note 1.
 직선이 이루는 각
 \Rightarrow 기울기를 이용한 삼각함수 덧셈정리

Note 2.
 $\theta \rightarrow 0 \Rightarrow \sin \theta = \theta, \tan \theta = \theta$
 $1 - \cos \theta = \frac{\theta^2}{2}$

Note 3.
 $\theta \rightarrow 0$ 이 아닌 $\theta \rightarrow a$
 $\Rightarrow \theta - a = x$ 치환

28. 두 상수 a ($a > 0$), b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은?

(가) 모든 실수 x 에 대하여
 $\{f(x)\}^2 + 2f(x) = a \cos^3 \pi x \times e^{\sin^2 \pi x} + b$ 이다.
 (나) $f(0) = f(2) + 1$

① $-\frac{1}{16}$ ② $-\frac{7}{64}$ ③ $-\frac{5}{32}$ ④ $-\frac{13}{64}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

Note 1.
 미지수 구하기 \Rightarrow 미지수 개수=식 개수

Note 2.
 삼각함수 \Rightarrow 주기성 대칭성

Note 3.
 항등식은 부정적분을 제외한 모든 변형이 가능하다.

단답형

29. 세 실수 a, b, k 에 대하여 두 점 $A(a, a+k), B(b, b+k)$ 가

곡선 $C: x^2 - 2xy + 2y^2 = 15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A 에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B 에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2 의 값을 구하시오. (단, $a+2k \neq 0, b+2k \neq 0$)

Note 1.

두 직선이 수직 \Rightarrow 기울기 곱=-1

Note 2.

동일한 수, 식, 형태 반복
 \Rightarrow 반드시 이용

Note 3.

이차방정식의 두 실근 \Rightarrow 근과 계수의 관계

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에

대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오.

Note 1.

등비수열 일반항 구하기 \Rightarrow 식 2개

Note 2.

조건을 만족시키는 경우가 2가지 이상
 \Rightarrow 귀류법 (부등식, 자연수 조건)

Note 3.

$\sum_{k=1}^n a_1 r^{k-1}$ 의 수렴 $\Rightarrow -1 < r < 1$ 또는 $a_1 = 0$

Note 4.

$$\sum_{k=1}^{2n} a_k = \sum_{k=1}^n (a_{2k-1} + a_{2k})$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

출수형

5지선다형

23. 포물선 $y^2 = -12(x-1)$ 의 준선을 $x=k$ 라 할 때, 상수 k 의 값은?

- ① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

24. 한 직선 위에 있지 않은 서로 다른 세 점 A, B, C에 대하여

$$2\vec{AB} + p\vec{BC} = q\vec{CA}$$

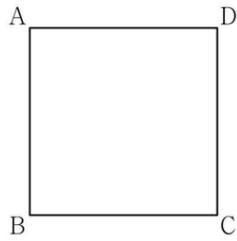
일 때, $p-q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 실수이다.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD에서

$$(\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{AC} + 3k\overrightarrow{CD}) = 0$$

일 때, 실수 k 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

26. 두 초점이 $F(12, 0)$, $F'(-4, 0)$ 이고, 장축의 길이가 24인

타원 C 가 있다. $\overline{F'F} = \overline{F'P}$ 인 타원 C 위의 점 P 에 대하여 선분

$F'P$ 의 중점을 Q 라 하자. 한 초점이 F' 인 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이

점 Q 를 지날 때, $\overline{PF} + a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a 와 b 는 양수이다.)

- ① 46 ② 52 ③ 58 ④ 64 ⑤ 70

27. 포물선 $(y-2)^2 = 8(x+2)$ 위의 점 P와 점 A(0, 2)에 대하여 $\overline{OP} + \overline{PA}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 점 P를 P_0 이라 하자. $\overline{OQ} + \overline{QA} = \overline{OP_0} + \overline{P_0A}$ 를 만족시키는 점 Q에 대하여 점 Q의 y 좌표의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

28. 좌표평면의 네 점 A(2, 6), B(6, 2), C(4, 4), D(8, 6)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 X의 집합을 S라 하자.

(가) $\{(\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OD}) \cdot \overrightarrow{OC}\} \times \{|\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OC}| - 3\} = 0$
 (나) 두 벡터 $\overrightarrow{OX} - \overrightarrow{OP}$ 와 \overrightarrow{OC} 가 서로 평행하도록 하는 선분 AB 위의 점 P가 존재한다.

집합 S에 속하는 점 중에서 y 좌표가 최대인 점을 Q, y 좌표가 최소인 점을 R이라 할 때, $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OR}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.)

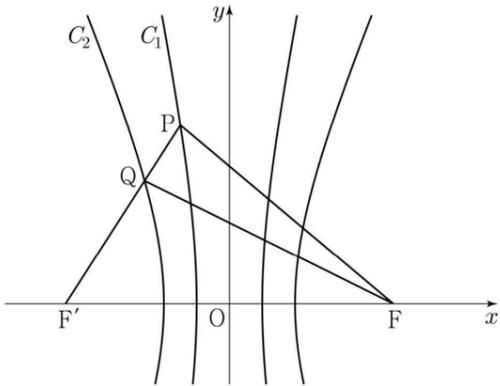
- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

단답형

29. 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 두 쌍곡선

$$C_1 : x^2 - \frac{y^2}{24} = 1, \quad C_2 : \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{21} = 1$$

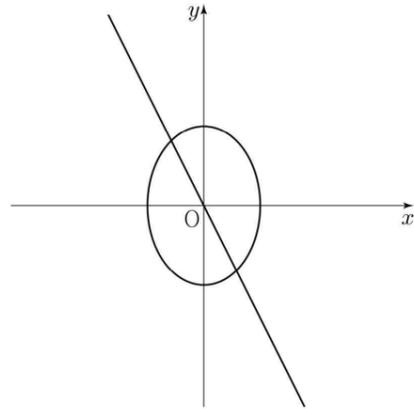
이 있다. 쌍곡선 C_1 위에 있는 제2사분면 위의 점 P 에 대하여 선분 PF' 이 쌍곡선 C_2 와 만나는 점을 Q 라 하자. $\overline{PQ} + \overline{QF}$, $2\overline{PF'}$, $\overline{PF} + \overline{PF'}$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 PQ 의 기울기는 m 이다. $60m$ 의 값을 구하시오.



30. 직선 $2x + y = 0$ 위를 움직이는 점 P 와 타원 $2x^2 + y^2 = 3$ 위를 움직이는 점 Q 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ}$$

를 만족시키고, x 좌표와 y 좌표가 모두 0 이상인 모든 점 X 가 나타내는 영역의 넓이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.