

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\log_8 16$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 100$ 일 때, a_1 의 값은? [2점]

- ① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

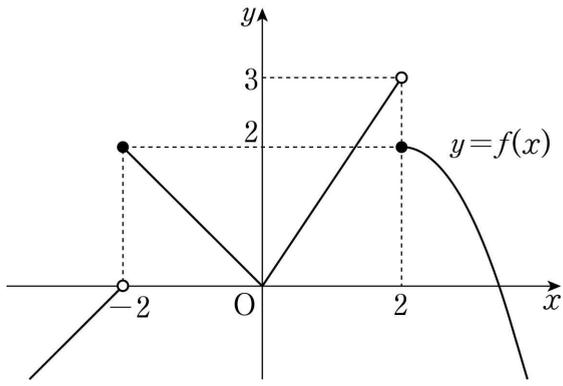
3. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin 4x = \frac{1}{2}$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. $\int_2^{-2} (x^3 + 3x^2) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -16 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 16

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x - 3} & (x < 3) \\ \frac{2x + 1}{x - 2} & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \begin{cases} \frac{(n+1)^2}{2} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{n^2}{2} + n + 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

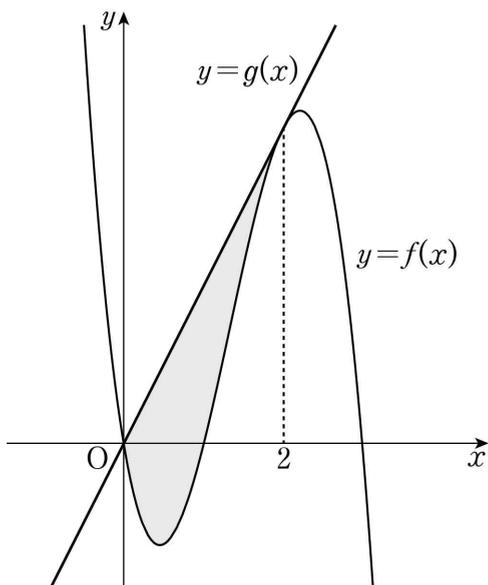
- ① 235 ② 240 ③ 245 ④ 250 ⑤ 255

8. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ 와 직선 $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [3점]

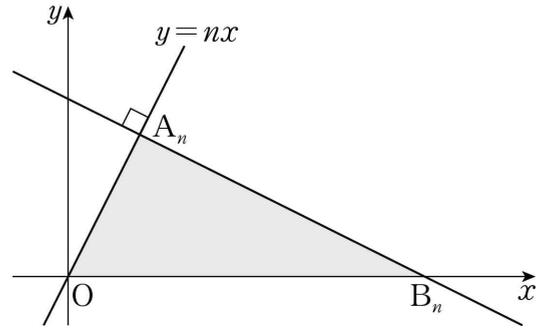
- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

9. 최고차항의 계수가 -3 인 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선 $y = g(x)$ 가 곡선 $y = f(x)$ 와 원점에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



10. 자연수 n 에 대하여 점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 직선 $y = nx$ 에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 하자.



다음은 삼각형 A_nOB_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{n^3}$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)

점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 직선 $y = nx$ 에 수직인 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{가}} \times x + n^2 + 1$$

이므로 두 점 A_n, B_n 의 좌표를 이용하여 S_n 을 구하면

$$S_n = \boxed{\text{나}}$$

따라서

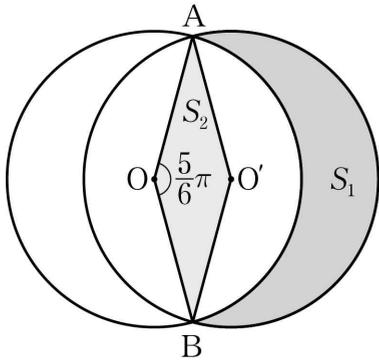
$$\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{n^3} = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(1) + g(2) + r$ 의 값은? [4점]

- ① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

11. 그림과 같이 두 점 O, O' 을 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 두 원 O, O' 이 한 평면 위에 있다. 두 원 O, O' 이 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, $\angle AOB = \frac{5}{6}\pi$ 이다.



원 O 의 외부와 원 O' 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1 , 마름모 $AOBO'$ 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 - S_2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{4}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{17}{12}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{19}{12}\pi$

12. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x - 1} = 5$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + g(x) - 2f(1)}{x - 1} = 7$$

두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - a}{x - 1} = b \times g(1)$ 일 때, ab 의

값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^x & (x < 3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a} - \left(\frac{1}{4}\right)^{3+a} + 8 & (x \geq 3) \end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 중에서 y 좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a 의 값은? [4점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(x) + |f'(x)|$$

라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

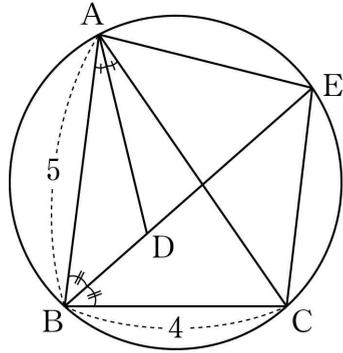
- (가) $f(0) = g(0) = 0$
 (나) 방정식 $f(x) = 0$ 은 양의 실근을 갖는다.
 (다) 방정식 $|f(x)| = 4$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형

ABC가 있다. $\angle ABC$ 의 이등분선과 $\angle CAB$ 의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



< 보기 >

- ㄱ. $\overline{AC}=6$
- ㄴ. $\overline{EA}=\overline{EC}$
- ㄷ. $\overline{ED}=\frac{31}{8}$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 두 함수 $f(x)=2x^2+5x+3$, $g(x)=x^3+2$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 의 $x=0$ 에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

17. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$3x^2 - 2(\log_2 n)x + \log_2 n > 0$$

이 성립하도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $F(x)$ 의 도함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} -2x & (x < 0) \\ k(2x - x^2) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $F(2) - F(-3) = 21$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$a_1 = 2, a_2 = 4$ 이고 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1}S_n = a_nS_{n+1}$$

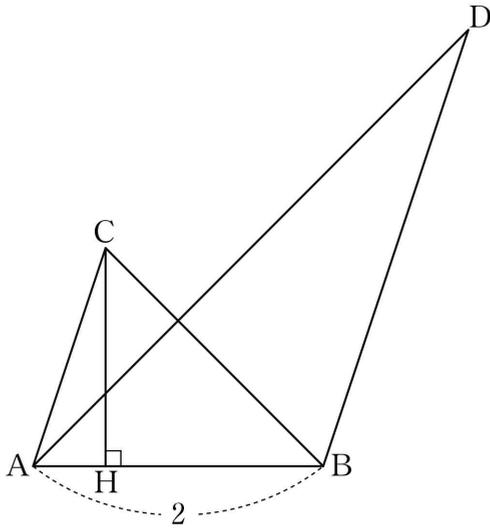
이 성립할 때, S_5 의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수 m 에 대하여 직선 $y = mx$ 와 함수

$$f(x) = 2x + 3 + |x - 1|$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$ 이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $\overline{AC}:\overline{BD}=1:2$ 인 두 삼각형 ABC , ABD 가 있다. 점 C 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발 H 는 선분 AB 를 $1:3$ 으로 내분한다.



두 삼각형 ABC , ABD 의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r , R 라 할 때, $4(R^2 - r^2) \times \sin^2(\angle CAB) = 51$ 이다. \overline{AC}^2 의 값을 구하시오. (단, $\angle CAB < \frac{\pi}{2}$) [4점]

22. 양수 a 와 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x (t^2 - 4) \{|f(t)| - a\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
 (나) $g(2) = 5$

$g(0) - g(-4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - 1}{(n+2)(2n^2+3)}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \left(\frac{x^2 - 4x}{5} \right)^n$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_1 a_n$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_{n+3} - 5}{2a_n + 1} = 12$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2n^2 - 3 < a_n < 2n^2 + 4$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을

S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{3}{(n+2)!}$$

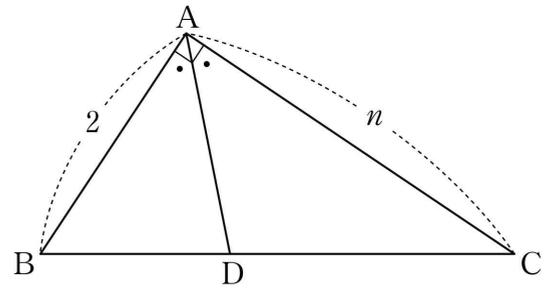
을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + n^2 a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

28. 자연수 n 에 대하여 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 2$, $\overline{CA} = n$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - a_n)$ 의 값은?

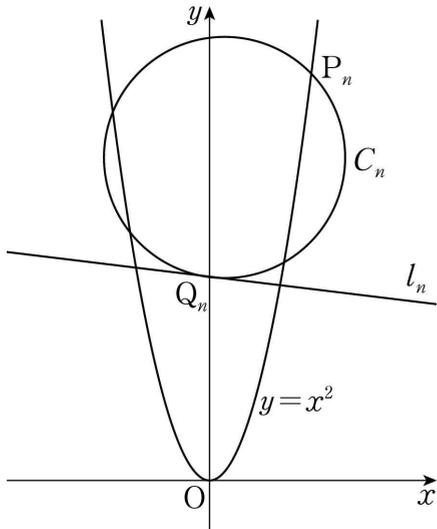
[4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4



단답형

29. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P_n(2n, 4n^2)$ 에서의 접선과 수직이고 점 $Q_n(0, 2n^2)$ 을 지나는 직선을 l_n 이라 하자. 점 P_n 을 지나고 점 Q_n 에서 직선 l_n 과 접하는 원을 C_n 이라 할 때, 원점을 지나고 원 C_n 의 넓이를 이등분하는 직선의 기울기를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 삼차함수 $f(x)=x(x-n)(x-3n^2)$ 이 극대가 되는 x 를 a_n 이라 하자. x 에 대한 방정식 $f(x)=f(a_n)$ 의 근 중에서 a_n 이 아닌 근을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $(\sqrt{3^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

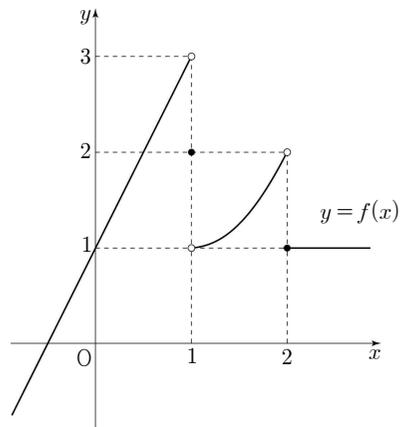
2. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 2x + 4$ 이고 $f(-1) + f(1) = 0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

6. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \sin\left(ax + \frac{\pi}{6}\right)$ 의 주기가 4π 일 때, $f(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

7. 함수 $f(x) = x^3 - 3x$ 에서 x 의 값이 1에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(k, f(k))$ 에서의 접선의 기울기가 서로 같을 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + a}{x - 2} & (x < 2) \\ -x^2 + b & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 $x = 2$ 에서 연속일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x) + g(x)}{3f(x) - g(x)}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t - 10$$

이다. 점 P의 시각 $t = 1$ 에서의 위치와 점 P의 시각 $t = k (k > 1)$ 에서의 위치가 서로 같을 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

11. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\cos^2 x - \sin(\pi + x) - 2 = 0$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

12. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + a$ 의 최댓값이 12일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

13. 두 양수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 $f(x) = (x-a)(x-b)$ 라 하자.

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{11}{6}, \int_0^b f(x)dx = -\frac{8}{3}$$

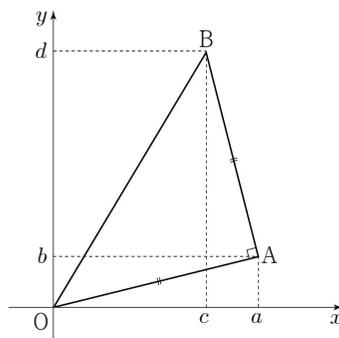
일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

14. 4 이상의 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 n 이하의 네 자연수 a, b, c, d 가 있다.

- $a > b$
- 좌표평면 위의 두 점 $A(a, b), B(c, d)$ 와 원점 O 에 대하여 삼각형 OAB 는 $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이다.

다음은 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 T_n 이라 할 때, $\sum_{n=4}^{20} T_n$ 의 값을 구하는 과정이다.



점 $A(a, b)$ 에 대하여
 점 $B(c, d)$ 가 $\overline{OA} \perp \overline{AB}$, $\overline{OA} = \overline{AB}$ 를 만족시키려면 $c = a - b$, $d = a + b$ 이어야 한다.
 이때, $a > b$ 이고 d 가 n 이하의 자연수이므로 $b < \frac{n}{2}$ 이다.

$\frac{n}{2}$ 미만의 자연수 k 에 대하여
 $b = k$ 일 때, $a + b \leq n$ 을 만족시키는 자연수 a 의 개수는 $n - 2k$ 이다.
 2 이상의 자연수 m 에 대하여

(i) $n = 2m$ 인 경우
 b 가 될 수 있는 자연수는 1부터 (가) 까지이므로

$$T_{2m} = \sum_{k=1}^{(가)} (2m - 2k) = \text{[나]}$$

(ii) $n = 2m + 1$ 인 경우

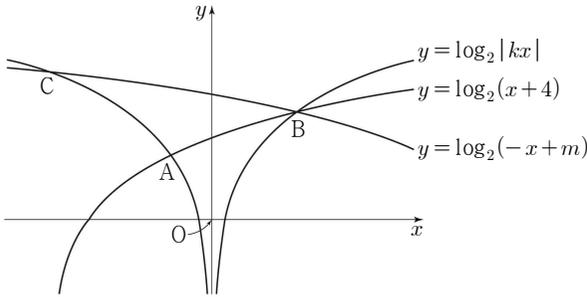
$$T_{2m+1} = \text{[다]}$$

(i), (ii)에 의해 $\sum_{n=4}^{20} T_n = 614$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m), g(m), h(m)$ 이라 할 때, $f(5) + g(6) + h(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 71 ② 74 ③ 77 ④ 80 ⑤ 83

15. 그림과 같이 1보다 큰 실수 k 에 대하여 두 곡선 $y = \log_2 |kx|$ 와 $y = \log_2(x+4)$ 가 만나서 서로 다른 두 점을 A, B라 하고, 점 B를 지나는 곡선 $y = \log_2(-x+m)$ 이 곡선 $y = \log_2 |kx|$ 와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자. 세 점 A, B, C의 x좌표를 각각 x_1, x_2, x_3 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $x_1 < x_2$ 이고, m 은 실수이다.) [4점]



< 보기 >

- ㄱ. $x_2 = -2x_1$ 이면 $k = 3$ 이다.
- ㄴ. $x_2^2 = x_1x_3$
- ㄷ. 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기의 합이 0일 때, $m + k^2 = 19$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 $f'(1) = 4$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

17. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$ 일 때, $30(\sin \theta + \cos \theta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 2x)f(x)$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 $x = 3$ 에서 극솟값 2를 가질 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 첫째항이 $\frac{1}{4}$ 이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5}$$

일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

20. $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 1 : 2 : \sqrt{2}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 28π 일 때, 선분 CA의 길이를 구하시오. [4점]

21. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 0) \\ a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{15} < 0$ 이 되도록 하는 a_1 의 최솟값을 구하시오.

[4점]

22. 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 를

$$f(x) = 3x + a, \quad g(x) = \int_2^x (t+a)f(t)dt$$

라 하자. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$h(-1)$ 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) 곡선 $y = h(x)$ 위의 어떤 점에서의 접선이 x 축이다.

(나) 곡선 $y = |h(x)|$ 가 x 축에 평행한 직선과 만나는 서로 다른 점의 개수의 최댓값은 4이다.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

24. 함수 $f(x) = \log_3 6x$ 에 대하여 $f'(9)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9 \ln 3}$ ② $\frac{1}{6 \ln 3}$ ③ $\frac{2}{9 \ln 3}$
 ④ $\frac{5}{18 \ln 3}$ ⑤ $\frac{1}{3 \ln 3}$

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - 2\right) = 5$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3na_n}{n^2 + 4}$ 의 값은? [3점]

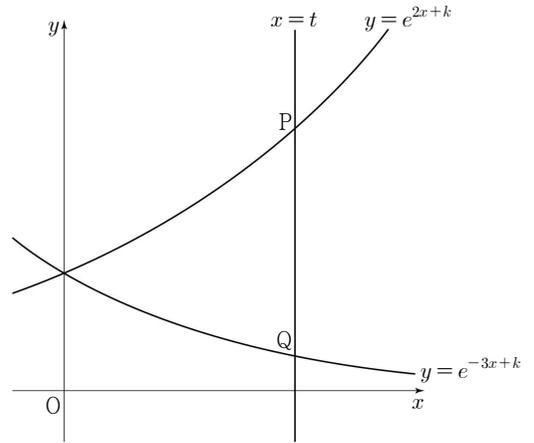
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

26. 좌표평면에서 양의 실수 t 에 대하여 직선 $x = t$ 가

두 곡선 $y = e^{2x+k}$, $y = e^{-3x+k}$ 과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{PQ} = t$ 를 만족시키는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자.

함수 $f(t)$ 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 0^+} e^{f(t)}$ 의 값은? [3점]

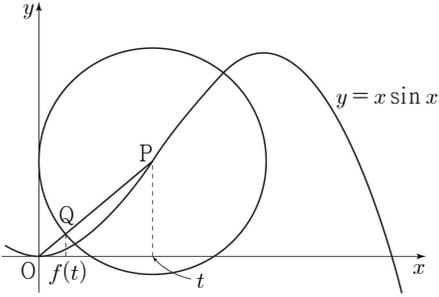
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



27. 그림과 같이 곡선 $y = x \sin x$ 위의

점 $P(t, t \sin t)$ ($0 < t < \pi$)를 중심으로 하고 y 축에 접하는 원이 선분 OP 와 만나는 점을 Q 라 하자. 점 Q 의 x 좌표를

$f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{f(t)}{t^3}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]



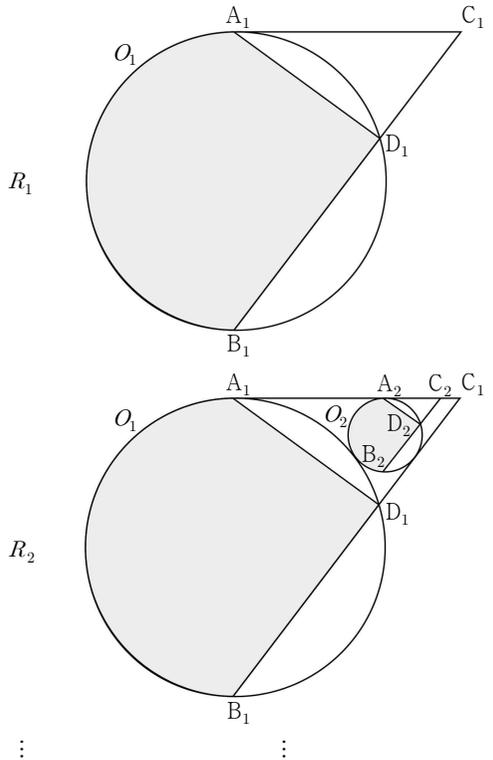
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 원 O_1 이

있다. 원 O_1 의 외부에 $\angle B_1A_1C_1 = \frac{\pi}{2}$, $\overline{A_1B_1} : \overline{A_1C_1} = 4 : 3$ 이 되도록 점 C_1 을 잡고 두 선분 A_1C_1 , B_1C_1 을 그린다. 원 O_1 과 선분 B_1C_1 의 교점 중 B_1 이 아닌 점을 D_1 이라 하고, 점 D_1 을 포함하지 않는 호 A_1B_1 과 두 선분 A_1D_1 , B_1D_1 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 호 A_1D_1 과 두 선분 A_1C_1 , C_1D_1 에 동시에 접하는 원 O_2 를 그리고 선분 A_1C_1 과 원 O_2 의 교점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 과 평행한 직선이 원 O_2 와 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2 , D_2 를 잡고, 점 D_2 를 포함하지 않는 호 A_2B_2 와 두 선분 A_2D_2 , B_2D_2 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

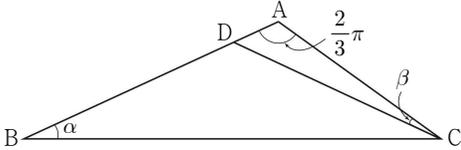
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{32}{15}\pi + \frac{256}{125}$ ② $\frac{9}{4}\pi + \frac{54}{25}$ ③ $\frac{32}{15}\pi + \frac{512}{125}$
 ④ $\frac{9}{4}\pi + \frac{108}{25}$ ⑤ $\frac{8}{3}\pi + \frac{128}{25}$

단답형

29. 그림과 같이 $\angle BAC = \frac{2}{3}\pi$ 이고 $\overline{AB} > \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\angle CBD = \alpha$, $\angle ACD = \beta$ 라 하자. $\cos^2 \alpha = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}$ 일 때, $54\sqrt{3} \times \tan \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n} + bx^{2n-1} + x}{x^{2n} + 2} \quad (a, b \text{는 양의 상수})$$

라 하자. 자연수 m 에 대하여 방정식 $f(x) = 2(x-1) + m$ 의 실근의 개수를 c_m 이라 할 때, $c_k = 5$ 인 자연수 k 가 존재한다.

$k + \sum_{m=1}^{\infty} (c_m - 1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

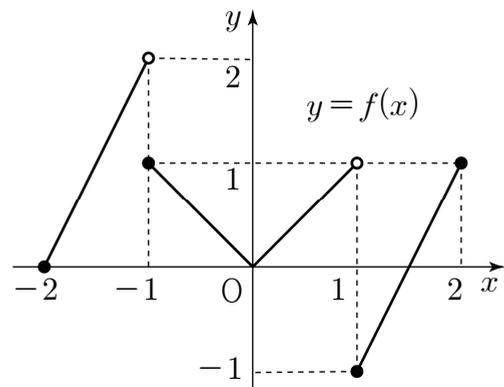
2. $\int_0^1 (2x+3)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 에 대하여 $f'(1) = 0$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 부등식 $5^{2x-7} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\cos(-\theta) + \sin(\pi + \theta) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 5 - \frac{10}{a_n} & (a_n \text{ 이 정수인 경우}) \\ -2a_n + 3 & (a_n \text{ 이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_9 + a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 첫째항이 a ($a > 0$) 이고, 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$2a = S_2 + S_3$, $r^2 = 64a^2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 2 이상의 두 자연수 a, n 에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 n 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자.

$f(4) + f(27)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

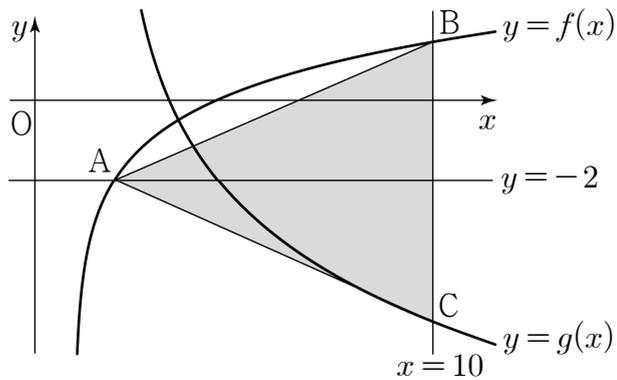
- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

11. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{2} \log_a(x-1) - 2, \quad g(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x-2) + 1$$

이 있다. 직선 $y = -2$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A라 하고, 직선 $x = 10$ 과 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 ACB의 넓이가 28일 때, a^{10} 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



12. 다항함수 $f(x)$ 는 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 3x - 5} = 2$ 를 만족시키고,

함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & (x \neq 3) \\ 1 & (x = 3) \end{cases}$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_{n+1} = \log_2(n+2) + \sum_{k=1}^n S_k \cdots (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^n ka_k$ 를 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$nS_n = \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \cdots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$\begin{aligned} & (n+1)S_{n+1} - nS_n \\ &= \log_2(n+2) - \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^n S_k - \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이므로

$$(\boxed{\text{가}}) \times a_{n+1} = \log_2 \frac{n+2}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이다.

$$a_1 = 1 = \log_2 2 \text{ 이고,}$$

$$2S_2 = \log_2 3 + S_1 = \log_2 3 + a_1 \text{ 이므로}$$

모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n = \boxed{\text{나}}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^n ka_k = \boxed{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(8) - g(8) + h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

14. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 6t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 시각 $t=2$ 에서 점 P의 움직이는 방향이 바뀐다.
- ㄴ. 점 P가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P의 위치는 -4 이다.
- ㄷ. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 가속도가 12가 될 때까지 움직인 거리는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근 $\alpha, 0, \beta$ ($\alpha < 0 < \beta$)가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 가진다.
 (나) $f(\alpha)=-16$

함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$ 에 대하여 $\int_0^{10} g(x)dx$ 의 값은?
 [4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

단답형

16. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+a}{x+1} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x-4$ 이고 $f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=x^3+ax$ 에서 x 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(a)$ 의 값과 같게 되도록 하는 양수 a 에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x^2-4} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)+1}{x-2} = 8$$

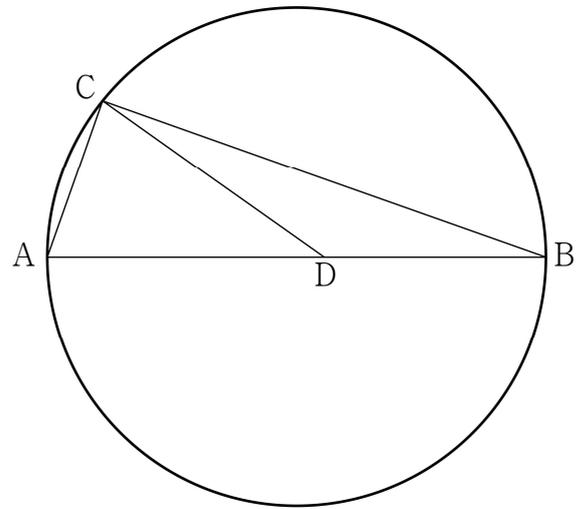
을 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 C에 대하여

$$\overline{BC} = 12\sqrt{2}, \quad \cos(\angle CAB) = \frac{1}{3}$$

이다. 선분 AB를 5:4로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 CAD의 외접원의 넓이는 S 이다.

$\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]



21. 공차가 d 이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) a_1 \leq d$$

(나) 어떤 자연수 $k (k \geq 3)$ 에 대하여

세 항 a_2, a_k, a_{3k-1} 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$ 에 대하여 $x \geq -3$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \leq x < 3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \leq x < 6k+3) \end{cases}$$

(단, k 는 모든 자연수)

이다. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 과 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역 (미적분)

5지선다형

23. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sec \theta$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

24. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\cos 2x \sin^2 2x dx$ 의 값은? [3점]

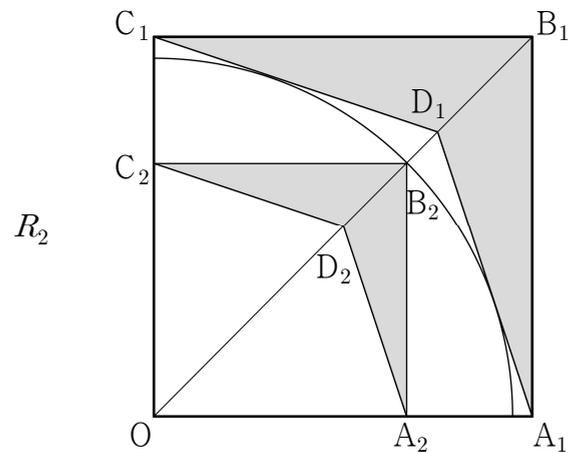
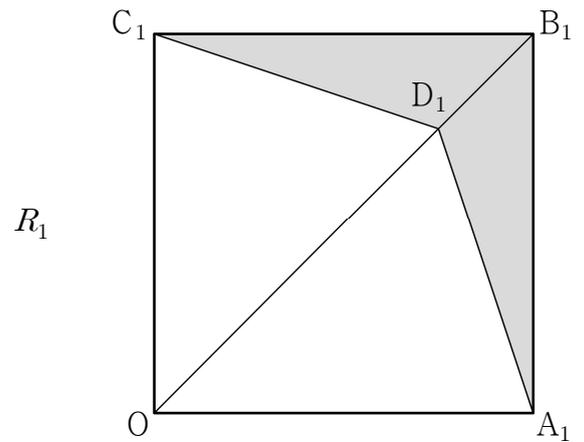
- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

25. 자연수 r 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + r^{n+1}}{3^n + 7 \times r^n} = 1$ 이 성립하도록 하는 모든 r 의 값의 합은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

26. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 의 대각선 OB_1 을 3:1로 내분하는 점을 D_1 이라 하고, 네 선분 $A_1B_1, B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 로 둘러싸인 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 중심이 O 이고 두 직선 A_1D_1, C_1D_1 에 동시에 접하는 원과 선분 OB_1 이 만나는 점을 B_2 라 하자. 선분 OB_2 를 대각선으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 \sphericalangle 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



⋮

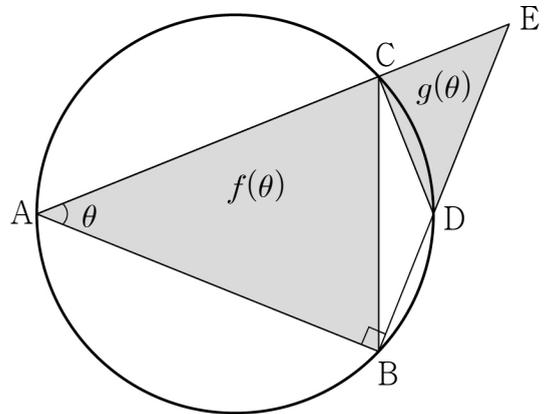
⋮

- ① $\frac{70}{11}$ ② $\frac{75}{11}$ ③ $\frac{80}{11}$ ④ $\frac{80}{9}$ ⑤ $\frac{85}{9}$

27. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 의 변곡점을 A라 하자. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 위의 점 A에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① e^{-2} ② $3e^{-2}$ ③ 1 ④ e^2 ⑤ $3e^2$

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원에 내접하고, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\angle BAC = \theta$ 라 하고, 점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D, 직선 BD와 직선 AC가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CDE의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

단답형

29. 함수 $f(x)=x^3-x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=ax^3+x^2+bx+1$ 이 있다. 함수 $g(x)$ 의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} (f \circ g^{-1})(x) & (x < 0 \text{ 또는 } x > 1) \\ \frac{1}{\pi} \sin \pi x & (0 \leq x \leq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(a+b)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

30. 두 자연수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x)=ax^2+b$ 가 있다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\ln f(x)-\frac{1}{10}\{f(x)-1\}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 직선 $y=|g(t)|$ 와 함수 $y=|g(x)|$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 두 함수 $g(x), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값을 갖는다.
(나) 함수 $h(t)$ 가 $t=k$ 에서 불연속인 k 의 값의 개수는 7이다.

$$\int_0^a e^x f(x) dx = me^a - 19 \text{ 일 때, 자연수 } m \text{ 의 값을 구하시오.}$$

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\log_3 x = 3$ 일 때, x 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 9 ④ 27 ⑤ 81

2. $\int_0^3 (x+1)^2 dx$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

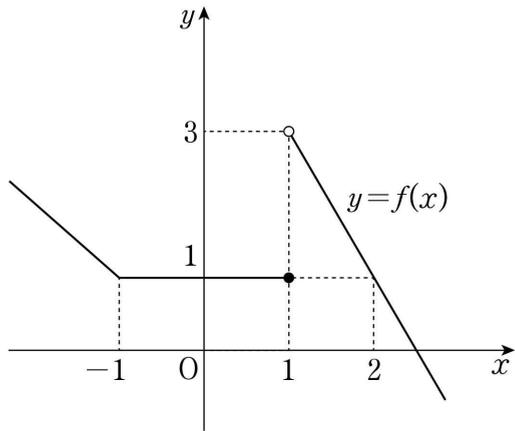
3. 함수 $y = \tan\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ 의 주기는? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

4. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합이 $n^2 - 5n$ 일 때, $a_1 + d$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $(x^2+ax+b)f(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 실수이다.) [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 곡선 $y=6^{-x}$ 위의 두 점 $A(a, 6^{-a})$, $B(a+1, 6^{-a-1})$ 에 대하여
선분 AB는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선이다. 6^{-a} 의
값은? [3점]

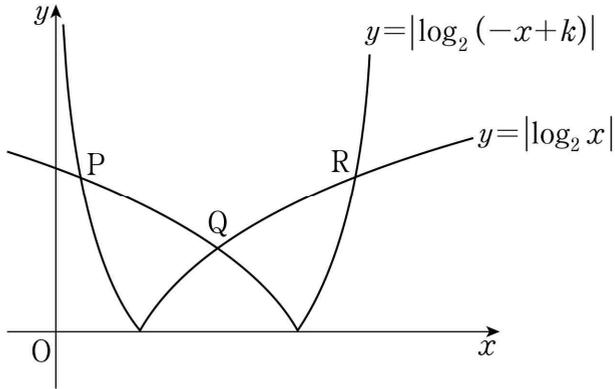
- ① $\frac{6}{5}$ ② $\frac{7}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ 2

7. 두 함수 $f(x)=|x+3|$, $g(x)=2x+a$ 에 대하여 함수
 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, 상수 a 의
값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 2보다 큰 상수 k 에 대하여 두 곡선 $y = |\log_2(-x+k)|$, $y = |\log_2 x|$ 가 만나는 세 점 P, Q, R의 x 좌표를 각각 x_1, x_2, x_3 이라 하자. $x_3 - x_1 = 2\sqrt{3}$ 일 때, $x_1 + x_3$ 의 값은?
(단, $x_1 < x_2 < x_3$) [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+1} = 2n$$

을 만족시킬 때, $a_1 + a_{22}$ 의 값은? [4점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

10. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 와 3보다 작은 실수 a 에 대하여 함수 $g(x) = |(x-a)f(x)|$ 가 $x=3$ 에서만 미분가능하지 않다. 함수 $g(x)$ 의 극댓값이 32일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

11. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & \left(0 \leq x \leq \frac{k}{6}\pi\right) \\ 2\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right) - \sin x & \left(\frac{k}{6}\pi < x \leq 2\pi\right) \end{cases}$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=\sin\left(\frac{k}{6}\pi\right)$ 의 교점의 개수를 a_k 라 할 때, $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$ 의 값은? [4점]

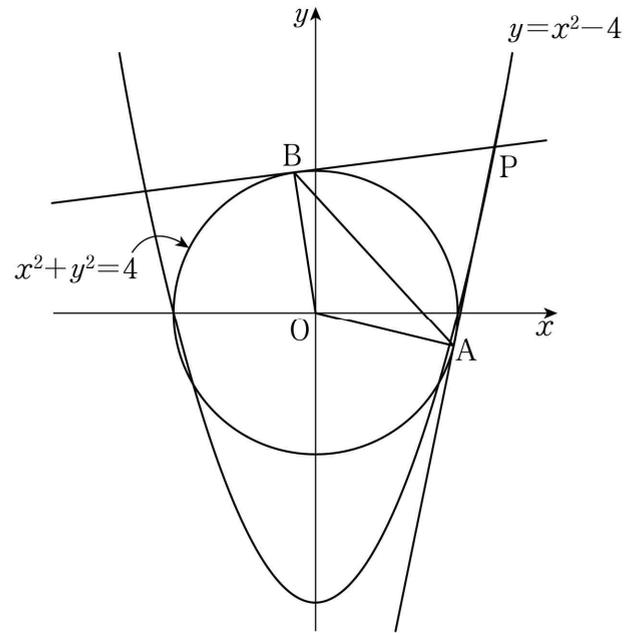
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. 곡선 $y=x^2-4$ 위의 점 $P(t, t^2-4)$ 에서 원 $x^2+y^2=4$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이를 $S(t)$, 삼각형 PBA의 넓이를 $T(t)$ 라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 2^+} \frac{T(t)}{(t-2)S(t)} + \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{T(t)}{(t^4-2)S(t)}$$

의 값은? (단, O는 원점이고, $t > 2$ 이다.) [4점]

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2



13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여 $2f(x) = g(x) - g(-x)$ 이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, c 는 상수이다.) [4점]

< 보 기 >

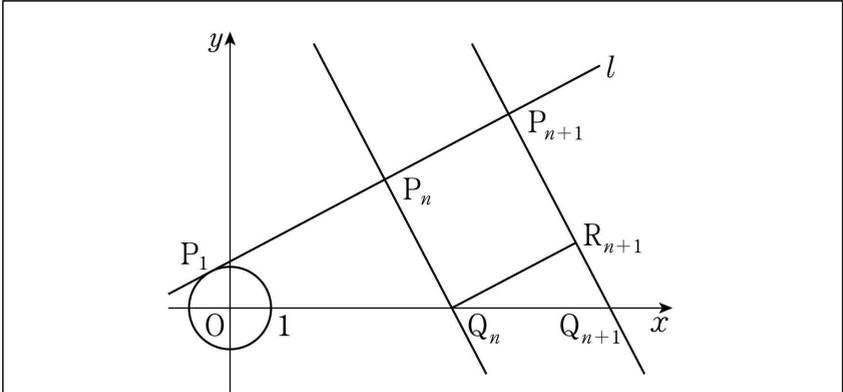
ㄱ. $a^2 \leq 3b$
 ㄴ. 방정식 $f'(x) = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 ㄷ. 방정식 $f'(x) = 0$ 이 실근을 가지면 $g'(1) = 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 모든 자연수 n 에 대하여 직선 $l: x - 2y + \sqrt{5} = 0$ 위의 점 P_n 과 x 축 위의 점 Q_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

- 직선 P_nQ_n 과 직선 l 이 서로 수직이다.
- $\overline{P_nQ_n} = \overline{P_nP_{n+1}}$ 이고 점 P_{n+1} 의 x 좌표는 점 P_n 의 x 좌표보다 크다.

다음은 점 P_1 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 l 의 접점일 때, 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 삼각형 OQ_nP_n 의 넓이를 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



자연수 n 에 대하여 점 Q_n 을 지나고 직선 l 과 평행한 직선이 선분 $P_{n+1}Q_{n+1}$ 과 만나는 점을 R_{n+1} 이라 하면 사각형 $P_nQ_nR_{n+1}P_{n+1}$ 은 정사각형이다.

직선 l 의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$\overline{R_{n+1}Q_{n+1}} = \boxed{\text{가}} \times \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고

$$\overline{P_{n+1}Q_{n+1}} = (1 + \boxed{\text{가}}) \times \overline{P_nQ_n}$$

이다. 이때, $\overline{P_1Q_1} = 1$ 이므로 $\overline{P_nQ_n} = \boxed{\text{나}}$ 이다.

그러므로 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$$\overline{P_1P_n} = \sum_{k=1}^{n-1} \overline{P_kP_{k+1}} = \boxed{\text{다}}$$

이다. 따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여 삼각형 OQ_nP_n 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{P_nQ_n} \times \overline{P_1P_n} = \frac{1}{2} \times \boxed{\text{나}} \times (\boxed{\text{다}})$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나)와 (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 할 때, $f(6p) + g(8p)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 최고차항의 계수가 4이고 $f(0) = f'(0) = 0$ 을 만족시키는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \int_0^x f(t)dt + 5 & (x < c) \\ \left| \int_0^x f(t)dt - \frac{13}{3} \right| & (x \geq c) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 c 의 개수가 1 일 때, $g(1)$ 의 최댓값은? [4점]

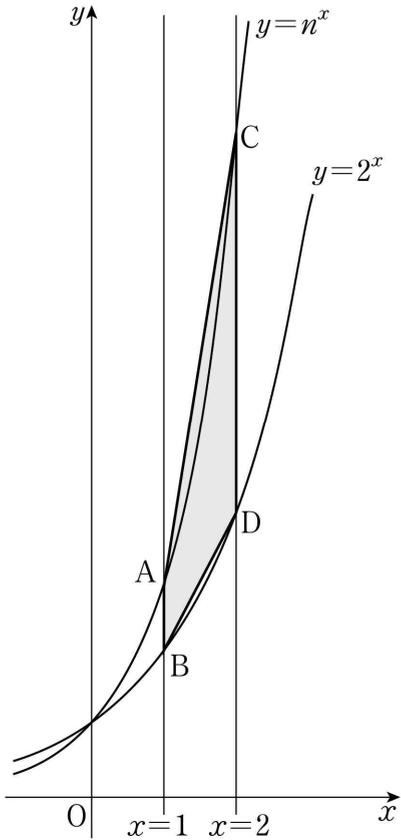
- ① 2 ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{10}{3}$ ④ 4 ⑤ $\frac{14}{3}$

단답형

16. 함수 $f(x) = 2x^2 + ax + 3$ 에 대하여 $x = 2$ 에서의 미분계수가 18 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

17. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t) = 12 - 4t$ 일 때, 시각 $t = 0$ 에서 $t = 4$ 까지 점 P 가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

18. 그림과 같이 3 이상의 자연수 n 에 대하여 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$ 이 직선 $x=1$ 과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 곡선 $y=n^x$, $y=2^x$ 이 직선 $x=2$ 와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 사다리꼴 ABDC의 넓이가 18 이하가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]



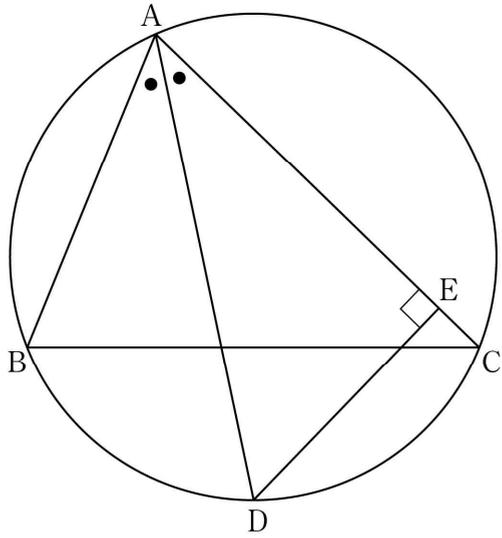
19. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_{n+2} = \begin{cases} a_n - 3 & (n=1, 3) \\ a_n + 3 & (n=2, 4) \end{cases}$
- (나) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = a_{n+6}$ 이 성립한다.

$\sum_{k=1}^{32} a_k = 112$ 일 때, $a_1 + a_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(1-x)=-f(1+x)$ 를 만족시킨다. 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=-6x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. $\overline{AB}=6$, $\overline{AC}=8$ 인 예각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 삼각형 ABC 의 외접원이 만나는 점을 D , 점 D 에서 선분 AC 에 내린 수선의 발을 E 라 하자. 선분 AE 의 길이를 k 라 할 때, $12k$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 양수 a 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|x(x-2)|g(x) = x(x-2)(|f(x)| - a)$$

이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 과 $x=2$ 에서 미분가능하다.

$g(3a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\int_2^4 \frac{6}{x^2} dx$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n - 4n}{n} = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + a_n}{3n - 1}$ 의

값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 2)$ 에서의 위치 (x, y) 가

$$x = t \ln t, \quad y = \frac{4t}{\ln t}$$

이다. 시각 $t = e^2$ 에서 점 P의 속력은? [3점]

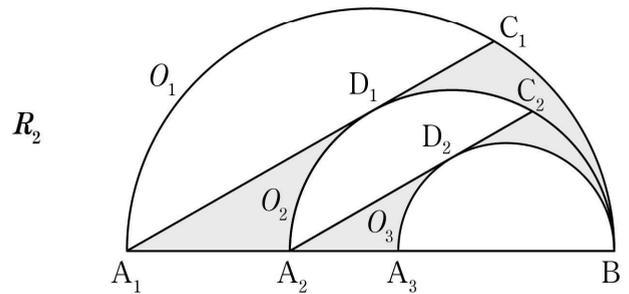
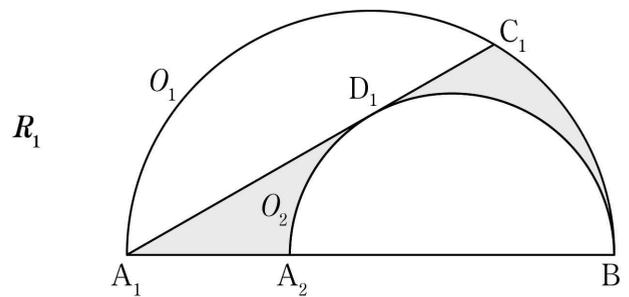
- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

26. 그림과 같이 길이가 2인 선분 A_1B 를 지름으로 하는 반원

O_1 이 있다. 호 BA_1 위에 점 C_1 을 $\angle BA_1C_1 = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고, 선분 A_2B 를 지름으로 하는 반원 O_2 가 선분 A_1C_1 과 접하도록 선분 A_1B 위에 점 A_2 를 잡는다. 반원 O_2 와 선분 A_1C_1 의 접점을 D_1 이라 할 때, 두 선분 A_1A_2 , A_1D_1 과 호 D_1A_2 로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1 과 두 호 BC_1 , BD_1 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 호 BA_2 위에 점 C_2 를 $\angle BA_2C_2 = \frac{\pi}{6}$ 가 되도록 잡고, 선분 A_3B 를 지름으로 하는 반원 O_3 이 선분 A_2C_2 와 접하도록 선분 A_2B 위에 점 A_3 을 잡는다. 반원 O_3 과 선분 A_2C_2 의 접점을 D_2 라 할 때, 두 선분 A_2A_3 , A_2D_2 와 호 D_2A_3 으로 둘러싸인 부분과 선분 C_2D_2 와 두 호 BC_2 , BD_2 로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



⋮

- ① $\frac{4\sqrt{3}-\pi}{10}$ ② $\frac{9\sqrt{3}-2\pi}{20}$ ③ $\frac{8\sqrt{3}-\pi}{20}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}-\pi}{10}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{3}-\pi}{20}$

27. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

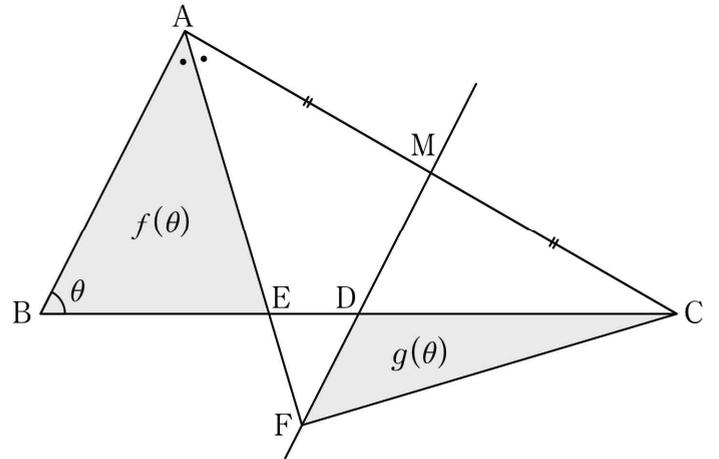
- (가) $x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $f(x_1) > f(x_2)$ 이다.
 (나) 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값은 1이고 최솟값은 -2이다.

$\int_{-1}^3 f(x)dx = 3$ 일 때, $\int_{-2}^1 f^{-1}(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=1, \overline{BC}=2$ 인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AC의 중점을 M이라 하고, 점 M을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. $\angle BAC$ 의 이등분선이 두 직선 BC, DM과 만나는 점을 각각 E, F라 하자. $\angle CBA = \theta$ 일 때, 삼각형 ABE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 DFC의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \pi$)

[4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

단답형

29. 함수 $f(x) = \sin(ax)$ ($a \neq 0$)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{a}} f(x) dx \geq \frac{1}{2}$

(나) $0 < t < 1$ 인 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^{3\pi} |f(x) + t| dx = \int_0^{3\pi} |f(x) - t| dx$$

이다.

30. 서로 다른 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -\frac{ax^3 + bx}{x^2 + 1}$$

라 하자. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) \neq 0$ 이고, 두 함수 $g(x) = f(x) - f^{-1}(x)$, $h(x) = (g \circ f)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(2) = h(0)$

(나) $g'(2) = -5h'(2)$

$4(b-a)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

수학 영역

제 2 교시

5 지선 다형

1. $(3\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

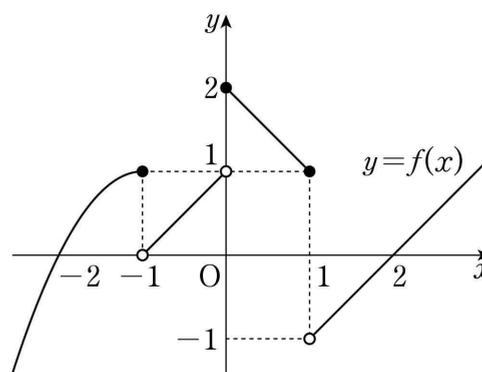
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 6, \quad 2a_7 = a_{19}$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

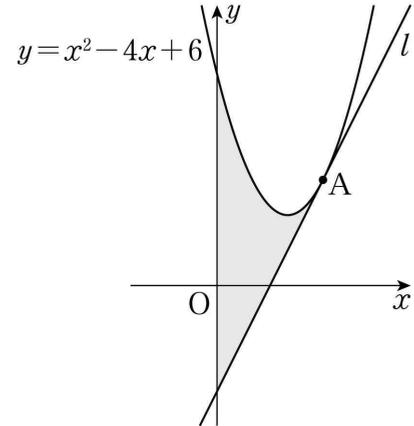
5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta \tan\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\cos\theta + \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

6. 함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ 에서 x 의 값이 a 에서 $a+1$ 까지 변할 때의 평균변화율이 7이다. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h}$ 의 값은?
 (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

7. 그림과 같이 곡선 $y = x^2 - 4x + 6$ 위의 점 $A(3, 3)$ 에서의 접선을 l 이라 할 때, 곡선 $y = x^2 - 4x + 6$ 과 직선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

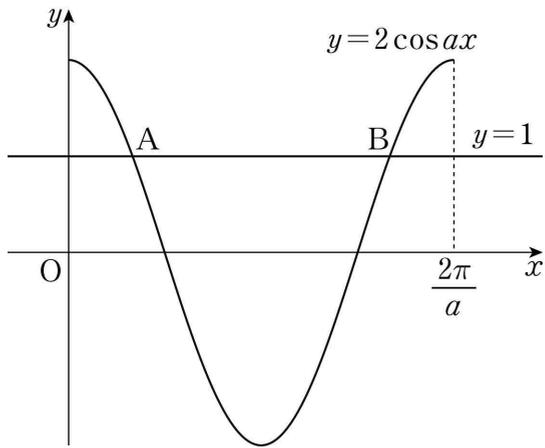


- ① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

8. 그림과 같이 양의 상수 a 에 대하여 곡선

$$y = 2\cos ax \left(0 \leq x \leq \frac{2\pi}{a}\right) \text{와 직선 } y = 1 \text{이 만나는 두 점을 각각}$$

A, B라 하자. $\overline{AB} = \frac{8}{3}$ 일 때, a 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{12}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + at$$

이다. 시각 $t=0$ 에서의 점 P의 위치와 시각 $t=6$ 에서의 점 P의 위치가 서로 같을 때, 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=6$ 까지 움직인 거리는? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

10. 두 함수

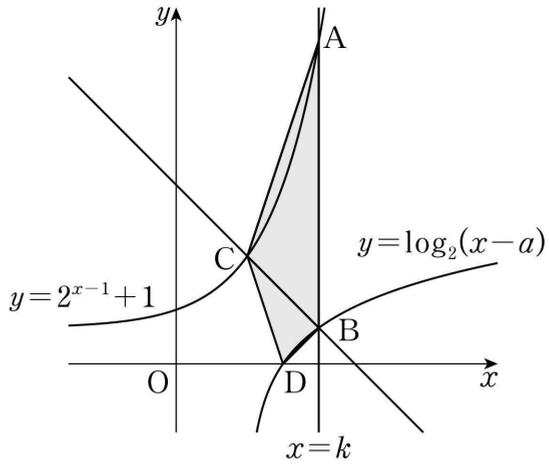
$$f(x) = x^2 + 2x + k, \quad g(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 2$$

에 대하여 함수 $(g \circ f)(x)$ 의 최솟값이 2가 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 그림과 같이 두 상수 a, k 에 대하여 직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1, y=\log_2(x-a)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$ 과 만나는 점을 C라 하자.

$\overline{AB}=8, \overline{BC}=2\sqrt{2}$ 일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$ 가 x 축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0 < a < k$) [4점]



- ① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

12. $a > 2$ 인 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & (x \leq 2) \\ -x^2 + ax & (x > 2) \end{cases}$$

라 하자. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $h(1)+h(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $x \neq 1, x \neq a$ 일 때, $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 이다.

(나) $h(1) = h(a)$

- ① $-\frac{15}{6}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{13}{6}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{11}{6}$

13. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$|S_3| = |S_6| = |S_{11}| - 3$$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항의 합은? [4점]

- ① $\frac{31}{5}$ ② $\frac{33}{5}$ ③ 7 ④ $\frac{37}{5}$ ⑤ $\frac{39}{5}$

14. 두 함수

$$f(x) = x^3 - kx + 6, \quad g(x) = 2x^2 - 2$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. $k=0$ 일 때, 방정식 $f(x)+g(x)=0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.

ㄴ. 방정식 $f(x)-g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 값은 4뿐이다.

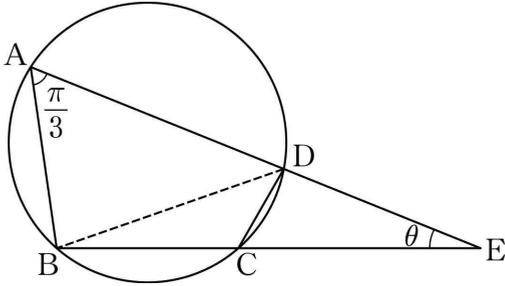
ㄷ. 방정식 $|f(x)|=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 2, \quad \overline{AD} = 3, \quad \angle BAD = \frac{\pi}{3}$$

이다. 두 직선 AD, BC의 교점을 E라 하자.



다음은 $\angle AEB = \theta$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 ABD와 삼각형 BCD에서 코사인법칙을 이용하면

$$\overline{CD} = \text{(가)}$$

이다. 삼각형 EAB와 삼각형 ECD에서

$$\angle AEB \text{는 공통, } \angle EAB = \angle ECD$$

이므로 삼각형 EAB와 삼각형 ECD는 닮음이다.

이를 이용하면

$$\overline{ED} = \text{(나)}$$

이다. 삼각형 ECD에서 사인법칙을 이용하면

$$\sin \theta = \text{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때, $(p+q) \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}}{14}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{3}}{14}$

단 답 형

16. $\frac{\log_5 72}{\log_5 2} - 4 \log_2 \frac{\sqrt{6}}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\int_{-3}^2 (2x^3 + 6|x|) dx - \int_{-3}^{-2} (2x^3 - 6x) dx$ 의 값을 구하시오.

[3점]

18. 부등식 $\sum_{k=1}^5 2^{k-1} < \sum_{k=1}^n (2k-1) < \sum_{k=1}^5 (2 \times 3^{k-1})$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 은 $1 < a_1 < 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_7 = -1$ 일 때, $40 \times a_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 상수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면의 점 $A(a, b)$ 가 오직 하나 존재한다.

- (가) 점 A 는 곡선 $y = \log_2(x+2) + k$ 위의 점이다.
 (나) 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 곡선 $y = 4^{x+k} + 2$ 위에 있다.

$a \times b$ 의 값을 구하시오. (단, $a \neq b$) [4점]

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$ 가 있다. 양의 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $x|g(x)| = \int_{2a}^x (a-t)f(t)dt$ 이다.
 (나) 방정식 $g(f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$\int_{-2a}^{2a} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지선 다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n-1}}{(-2)^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n - 5n) = 2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)a_n}{4n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2+n} - \sqrt{an^2-an}) = \frac{5}{4}$ 를 만족시키는 모든 양수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

26. 첫째항이 1인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = 3, \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k} = n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n^2 < 4na_n + n - 4n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3n}{2n + 4}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

28. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) A_1 은 원점이다.
 (나) n 이 홀수이면 A_{n+1} 은 점 A_n 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 점이다.
 (다) n 이 짝수이면 A_{n+1} 은 점 A_n 을 y 축의 방향으로 $a+1$ 만큼 평행이동한 점이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{A_1 A_{2n}}}{n} = \frac{\sqrt{34}}{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

단답형

29. 실수 t 에 대하여 직선 $y=tx-2$ 가 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{2n+1} - 1}{x^{2n} + 1}$$

의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, \dots, a_m (m 은 자연수)라 할 때, $m \times a_m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선

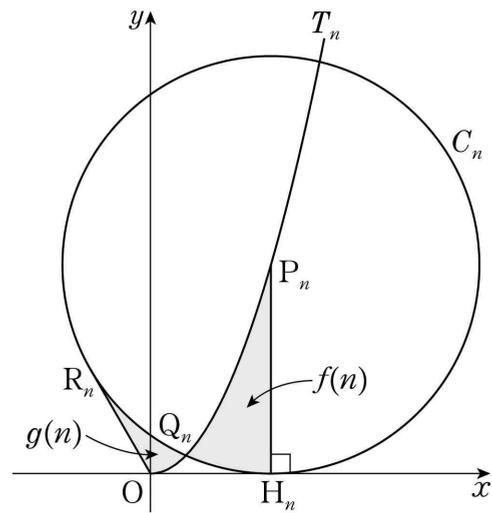
$$T_n : y = \frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2 \quad (x \geq 0)$$

위에 있고 원점 O 와의 거리가 $2n+2$ 인 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 하자.

중심이 P_n 이고 점 H_n 을 지나는 원을 C_n 이라 할 때, 곡선 T_n 과 원 C_n 의 교점 중 원점에 가까운 점을 Q_n , 원점에서 원 C_n 에 그은 두 접선의 접점 중 H_n 이 아닌 점을 R_n 이라 하자.

점 R_n 을 포함하지 않는 호 Q_nH_n 과 선분 P_nH_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$, 점 H_n 을 포함하지 않는 호 R_nQ_n 과 선분 OR_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를

$g(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n) - g(n)}{n^2} = \frac{\pi}{2} + k$ 이다. $60k^2$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

2. 함수 $f(x) = x^3 + 7x - 4$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-5}-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 1$, $a_5 = 2(a_3)^2$ 일 때, a_6 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. 부등식 $\log_2 x \leq 4 - \log_2(x-6)$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 19 ③ 23 ④ 27 ⑤ 31

6. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $(2\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta + 2\cos\theta)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

7. $f(3)=2$, $f'(3)=1$ 인 다항함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x - 3} = 1$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 $-\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = b_1, \quad \sum_{n=1}^8 a_n + \sum_{n=1}^8 b_n = 160$$

일 때, $a_3 + b_3$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3(t-2)(t-a) \quad (a > 2 \text{인 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=0$ 에서의 위치는 0이고, $t > 0$ 에서 점 P의 위치가 0이 되는 순간은 한 번뿐이다.

$v(8)$ 의 값은? [4점]

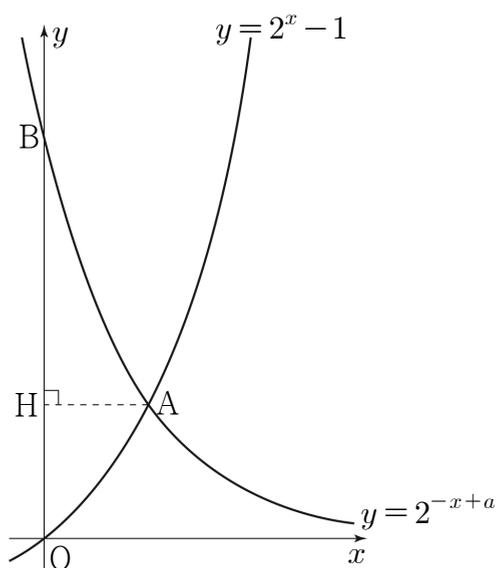
- ① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 63

9. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{-x+a}$, $y = 2^x - 1$ 이 만나는 점을 A,

곡선 $y = 2^{-x+a}$ 이 y 축과 만나는 점을 B라 하자.

점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{OB} = 3 \times \overline{OH}$ 이다.

상수 a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2 ② $\log_2 5$ ③ $\log_2 6$ ④ $\log_2 7$ ⑤ 3

11. 자연수 k 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$$\sin kx = \frac{1}{3}$$

의 서로 다른 실근의 개수가 8이다.

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \leq n \leq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 15$$

(나) $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n = n$ 이다.

$\sum_{n=1}^4 a_n = 6$ 일 때, a_5 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

13. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

14. 정수 k 와 함수

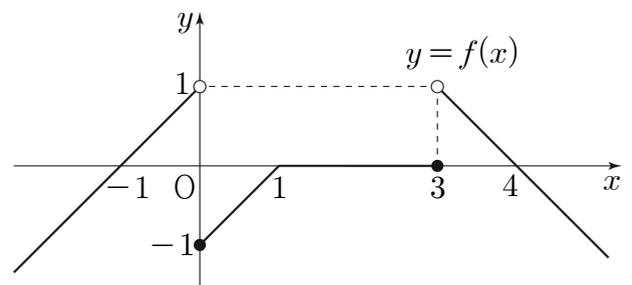
$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x-k)|$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보기 〉

- ㄱ. $k = -3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$ 이다.
 ㄴ. 함수 $f(x) + g(x)$ 가 $x = 0$ 에서 연속이 되도록 하는 정수 k 가 존재한다.
 ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x = 0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은 -5 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

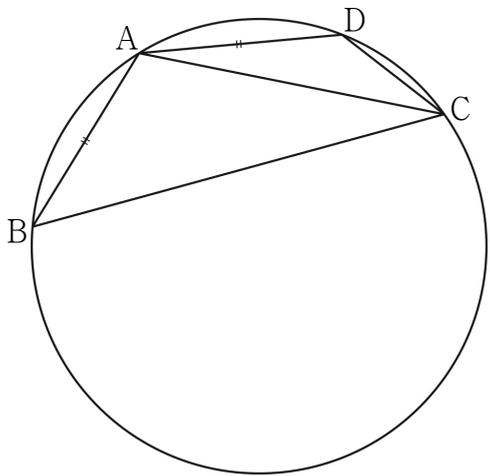


15. 그림과 같이 반지름의 길이가 R ($5 < R < 5\sqrt{5}$)인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

단답형

- $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AC} = 10$ 이다.
- 사각형 ABCD의 넓이는 40이다.

16. $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하시오. [3점]



다음은 선분 BD의 길이와 R 의 비를 구하는 과정이다.

17. 곡선 $y = -x^2 + 4x - 4$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\overline{AB} = \overline{AD} = k$ 라 할 때
 두 삼각형 ABC, ACD에서 각각 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ACB) = \frac{1}{20} \left(\overline{BC} + \frac{\text{(가)}}{\overline{BC}} \right),$$

$$\cos(\angle DCA) = \frac{1}{20} \left(\overline{CD} + \frac{\text{(가)}}{\overline{CD}} \right)$$

이다.
 이때 두 호 AB, AD에 대한 원주각의 크기가 같으므로
 $\cos(\angle ACB) = \cos(\angle DCA)$ 이다.
 사각형 ABCD의 넓이는
 두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2} k^2 \sin(\angle BAD) + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \sin(\pi - \angle BAD) = 40$$

에서 $\sin(\angle BAD) = \text{(나)}$ 이다.
 따라서 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여
 $\overline{BD} : R = \text{(다)} : 1$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $\frac{f(10p)}{q}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{2}$ ② 15 ③ $\frac{35}{2}$ ④ 20 ⑤ $\frac{45}{2}$

18. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$F(x) = (x+2)f(x) - x^3 + 12x$$

를 만족시킨다. $F(0) = 30$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^4 - 4x^3 + 16x + a \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다.

양수 t 에 대하여 좌표평면 위의 네 점 $(t, 0)$, $(0, 2t)$,

$(-t, 0)$, $(0, -2t)$ 를 꼭짓점으로 하는 마름모가

곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는

$t = \alpha$, $t = 8$ 에서 불연속이다. $\alpha^2 \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, α 는 $0 < \alpha < 8$ 인 상수이다.) [4점]

21. 공차가 자연수 d 이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 d 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.

(나) $a_{2m} = -a_m$ 이고 $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수 m 이 존재한다.

22. 양수 a 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. 함수 $f(x) = (x+a)e^x$ 에 대하여 $f'(2) = 8e^2$ 일 때,
상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\sec \theta = \frac{\sqrt{10}}{3}$ 일 때, $\sin^2 \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

25. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(2x^2 + 3x) - \ln 3x}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

26. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+1} - 1}{\left(\frac{x}{2}\right)^{2n} + 1}$$

에 대하여 $f(k) = k$ 를 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합은?

[3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

27. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 - 2nx - 2n$ 이 직선 $y = x + 1$ 과 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 선분 P_nQ_n 을 대각선으로

하는 정사각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{7}{30}$

28. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 2, \overline{B_1C_1} = 2\sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이

있다. 선분 A_1D_1 을 1:2로 내분하는 점을 E_1 이라 하고 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원의 호 B_1C_1 이 두 선분 B_1E_1, B_1D_1 과 만나는 점 중 점 B_1 이 아닌 점을 각각 F_1, G_1 이라 하자. 세 선분 F_1E_1, E_1D_1, D_1G_1 과 호 F_1G_1 로 둘러싸인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

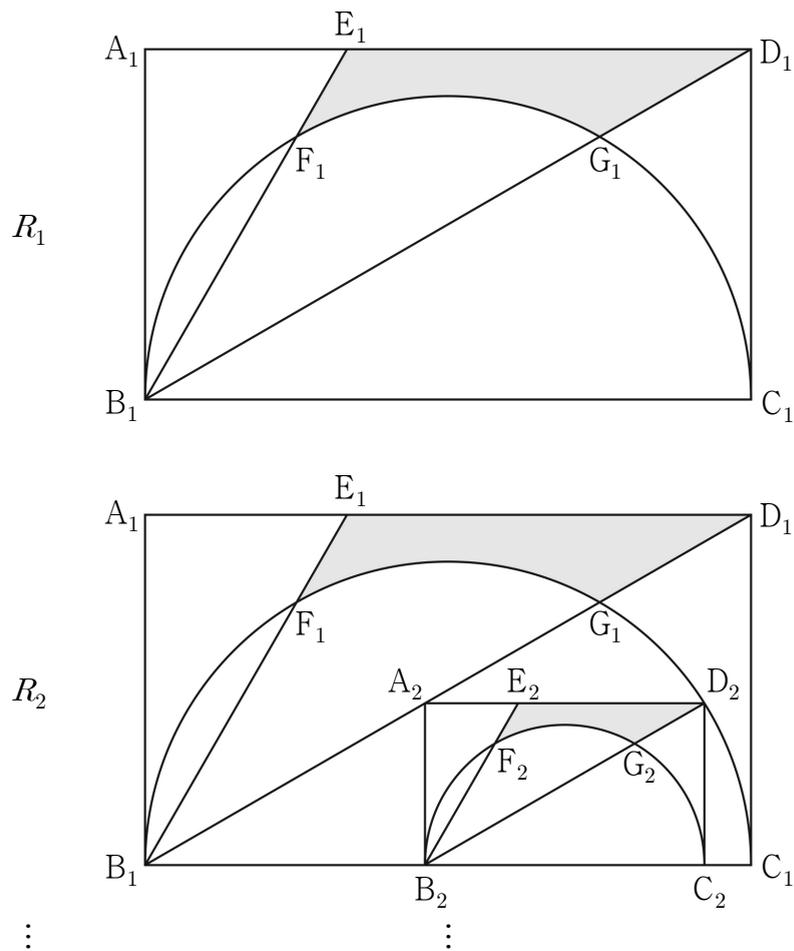
그림 R_1 에 선분 B_1G_1 위의 점 A_2 , 호 G_1C_1 위의 점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : \sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.

직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로

모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{169}{864}(8\sqrt{3} - 3\pi)$ ② $\frac{169}{798}(8\sqrt{3} - 3\pi)$
 ③ $\frac{169}{720}(8\sqrt{3} - 3\pi)$ ④ $\frac{169}{864}(16\sqrt{3} - 3\pi)$
 ⑤ $\frac{169}{798}(16\sqrt{3} - 3\pi)$

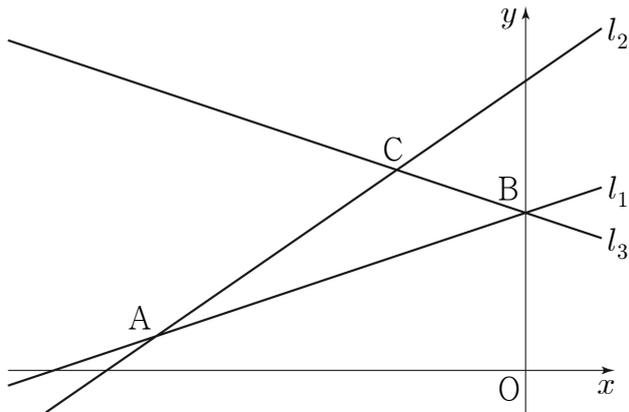
단답형

29. 그림과 같이 좌표평면 위의 제2사분면에 있는 점 A를 지나고 기울기가 각각 m_1, m_2 ($0 < m_1 < m_2 < 1$)인 두 직선을 l_1, l_2 라 하고, 직선 l_1 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_3 이라 하자. 직선 l_3 이 두 직선 l_1, l_2 와 만나는 점을 각각 B, C라 하면 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 12, \overline{AC} = 9$

(나) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ 이다.

$78 \times m_1 \times m_2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 함수 $f(x) = a \cos x + x \sin x + b$ 와

$-\pi < \alpha < 0 < \beta < \pi$ 인 두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$

(나) $\frac{\tan \beta - \tan \alpha}{\beta - \alpha} + \frac{1}{\beta} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = c$ 일 때, $f\left(\frac{\beta - \alpha}{3}\right) + c = p + q\pi$ 이다.

두 유리수 p, q 에 대하여 $120 \times (p + q)$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이고, $a < 1$ 이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

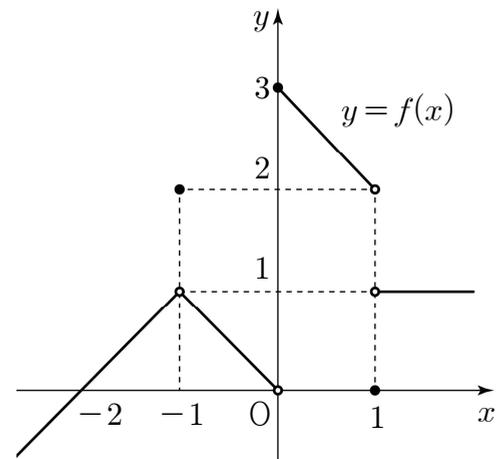
2. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 1$ 일 때, a_5 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ x^2 - ax + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

7. 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때, $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

9. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx = 0$$

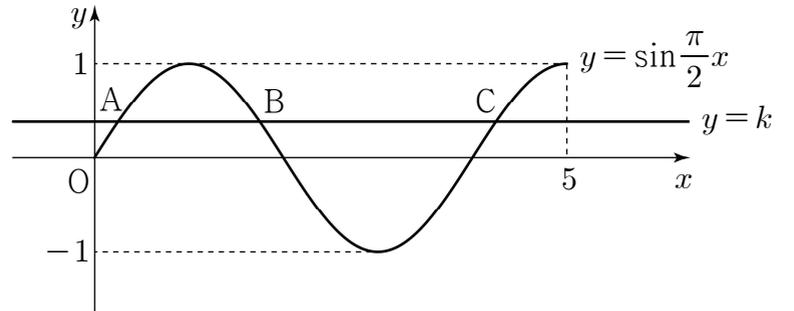
을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

10. 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2} x$ ($0 \leq x \leq 5$) 가 직선 $y = k$ ($0 < k < 1$) 과
만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로

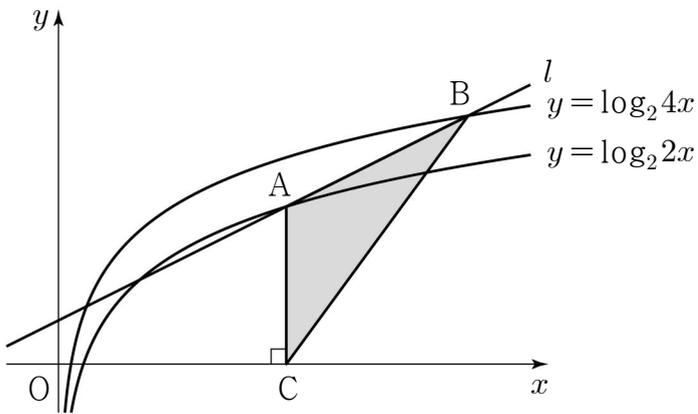
A, B, C 라 하자. 세 점 A, B, C 의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때,
선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$



11. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A라 하고, 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발 C에 대하여 삼각형 ACB의 넓이는? [4점]

- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



12. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때, a_{10} 의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\begin{aligned} a_n &= S_n - S_{n-1} \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2} \end{aligned}$$

이므로 $3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 2$)

이다.

$S_1 = a_1$ 에서 $3S_1 = 3a_1$ 이므로

$3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 1$)

이다.

$$\begin{aligned} 3a_n &= 3(S_n - S_{n-1}) \\ &= (n+2) \times a_n - \boxed{\text{(가)}} \times a_{n-1} \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \boxed{\text{(나)}} \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$\begin{aligned} a_{10} &= a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9} \\ &= \boxed{\text{(다)}} \end{aligned}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

- ① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

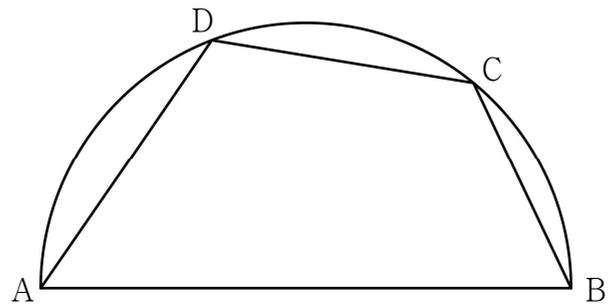
- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를 $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sin(\angle CBA)=\frac{2\sqrt{10}}{7}$
 ㄴ. $\overline{CD}=7$ 일 때, $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$
 ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 가 $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$
 ④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

단답형

16. $\log_3 7 \times \log_7 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1$ 이고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + 6t - a$$

이다. 시각 $t=3$ 에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

19. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
- (나) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.

$\int_0^3 |f(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n$$

$$(나) |a_{n+1} - a_n| = 2n - 1$$

$a_2 = 9$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y = h(x)$ 위의 점 $(k, 0)$ ($k \neq 0$) 에서의 접선의 방정식은 $y = 0$ 이다.

(나) 방정식 $h(x) = 0$ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 12 이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$ 일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 5n^2 + 5} - n^2)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

24. $\int_1^e \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \ln x dx - \int_1^e \frac{2}{x^2} \ln x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

25. 매개변수 t ($t > 0$) 으로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 \ln t + 3t, \quad y = 6te^{t-1}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 두 함수

$f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 가 함수 $g(x)$ 의 역함수이고,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-2}{x-2} = \frac{1}{3}$ 이다. 함수 $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 라 할 때,

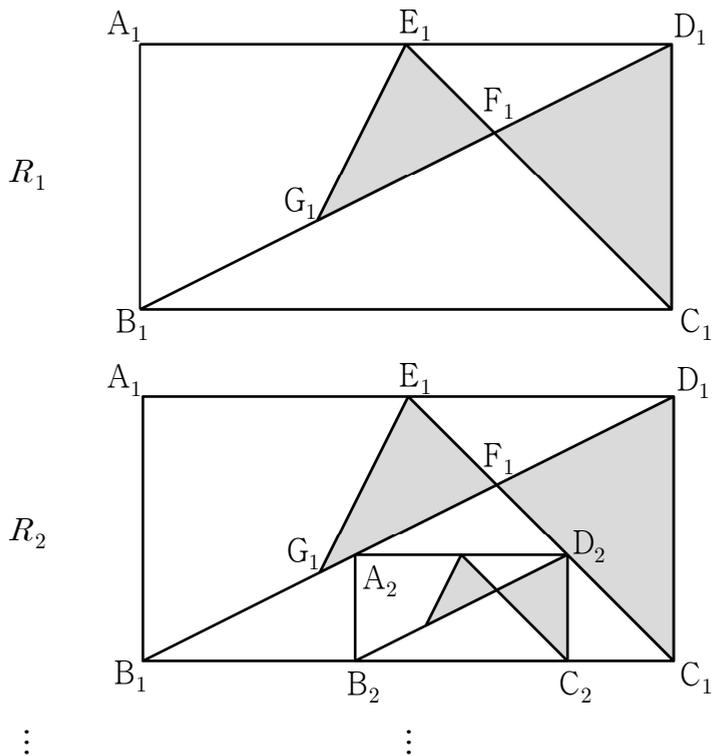
$h'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 의 중점 E_1 에 대하여 두 선분 B_1D_1 , C_1E_1 이 만나는 점을 F_1 이라 하자. $\overline{G_1E_1}=\overline{G_1F_1}$ 이 되도록 선분 B_1D_1 위에 점 G_1 을 잡아 삼각형 $G_1F_1E_1$ 을 그린다. 두 삼각형 $C_1D_1F_1$, $G_1F_1E_1$ 로 만들어진 \triangleleft 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_1F_1 위의 점 A_2 , 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 , 선분 C_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 \triangleleft 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{23}{42}$
- ② $\frac{25}{42}$
- ③ $\frac{9}{14}$
- ④ $\frac{29}{42}$
- ⑤ $\frac{31}{42}$

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-x)=f(x)$
- (나) $f(x+2)=f(x)$

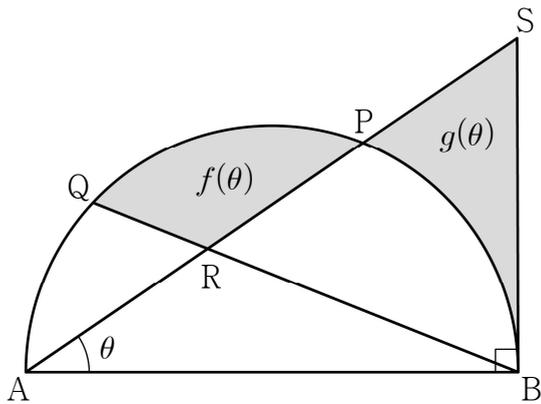
$\int_{-1}^5 f(x)(x + \cos 2\pi x) dx = \frac{47}{2}$, $\int_0^1 f(x) dx = 2$ 일 때,
 $\int_0^1 f'(x) \sin 2\pi x dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{6}$
- ② $\frac{\pi}{4}$
- ③ $\frac{\pi}{3}$
- ④ $\frac{5}{12}\pi$
- ⑤ $\frac{\pi}{2}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 S라 하자. $\angle BAP = \theta$ 라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 최고차항의 계수가 3보다 크고 실수 전체의 집합에서 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = e^x f(x)$$

이다. 양수 k 에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = k, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합을 $h(k)$ 라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(k)$ 가 $k=t$ 에서 불연속인 t 의 개수는 1이다.

$$(나) \lim_{k \rightarrow 3e^+} h(k) - \lim_{k \rightarrow 3e^-} h(k) = 2$$

$g(-6) \times g(2)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.