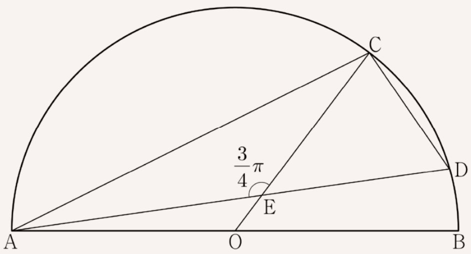
13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE}=4,\ \overline{ED}=3\sqrt{2},\ \angle CEA=\frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC}\times\overline{CD}$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

필연성 01

김지석t 프리즘해설지

- 원 나오면 중심과 특별점 잇기
  (접점 → 접선과 수직)
  원의 성질을 써먹기 위한 최초의 작업!

⬇

△OED가 생긴다.

필연성 15

- 코사인법칙 활용법 (변이 많다)
  * 2변 1각 → 1변
  * 3변 → 각

⬇

세 변의 길이에 대한 정보와 각 1개 $\angle E=\frac{3}{4}\pi$를 알고 있으므로 필연적으로 코사인법칙을 쓸 생각을 할 수 있다

필연성 10

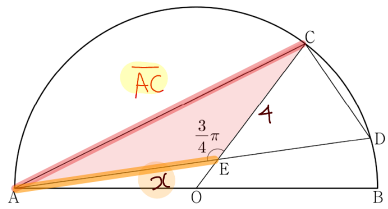
- 모르는 삼각형과 아는 삼각형의 공통부분을 찾아라!

⬇

△AEO : 정보가 많은 삼각형
△AEC : 정보가 부족한 삼각형
$\overline{AE}$: 공통부분

김지석의 필연성 풀이1

(step1) $\overline{AC}$ 구하기 아이디어

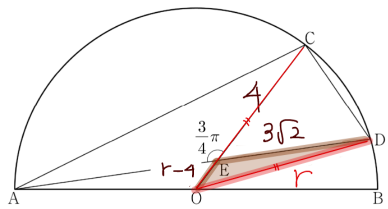


$\overline{AE}=x$라고 하면

$$\overline{AC}^2=x^2+4^2-2\cdot x\cdot 4\cdot\cos\frac{3\pi}{4}$$

이므로 $\overline{AE}$의 길이를 구하는 것을 목표로 한다!

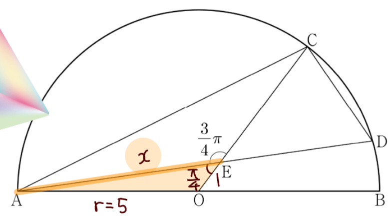
(step2) 반지름 r 구하기



$$r^2=(r-4)^2+(3\sqrt{2})^2-2(r-4)3\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}$$

$\therefore\ r=5$

(step3) $\overline{AE}$ → $\overline{AC}$ 구하기

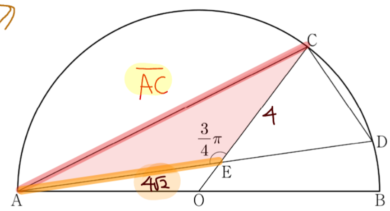


$$5^2=x^2+1^2-2\cdot x\cdot 1\cdot\cos\frac{\pi}{4}$$

$\Leftrightarrow\ x^2-\sqrt{2}x-24=0$

$\Leftrightarrow\ x=\dfrac{\sqrt{2}\pm\sqrt{2-4(-24)}}{2}$

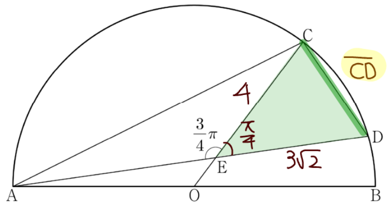
$\therefore\ x=4\sqrt{2}$



$$\overline{AC}^2=(4\sqrt{2})^2+4^2-2\cdot 4\sqrt{2}\cdot 4\cos\frac{3\pi}{4}$$

$\therefore\ \overline{AC}=4\sqrt{5}$

(step4) $\overline{CD}$ 구하기



$$\overline{CD}^2 = 4^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3\sqrt{2} \cdot \cos\frac{\pi}{4}$$

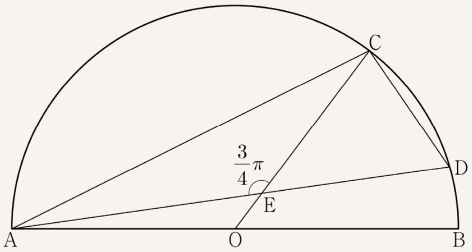
$\therefore\ \overline{CD} = \sqrt{10}$

$\therefore\ \overline{AC} \times \overline{CD} = 4\sqrt{5} \times \sqrt{10} = 20\sqrt{2}$

13. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE}=4,\ \overline{ED}=3\sqrt{2},\ \angle CEA=\frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC}\times\overline{CD}$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

필연성 03

Orbi 김지석t 프리즘해설지

- 좌우대칭 도형 → 반띵
  이등변 삼각형 → 직각 삼각형

좌우대칭이라는 성질을 써먹기 위해
이등변 삼각형 또한 좌우대칭!

※[개념] 원주각 ×2 = 중심각

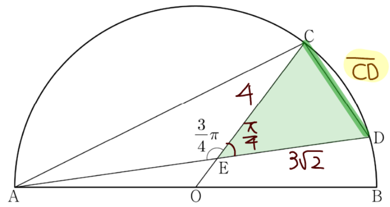
필연성 15

- 코사인법칙 활용법 (변이 많다)
  - 2변 1각 → 1변
  - 3변 → 각

세 변의 길이에 대한 정보가 다 있는 상태에서 각을 구해야 하므로 필연적으로 코사인법칙을 쓸 생각을 할 수 있다.

김지석의 필연성 풀이2

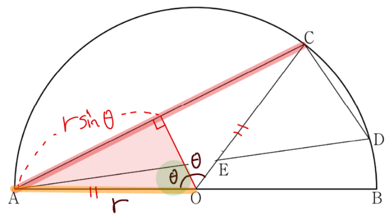
(step1) $\overline{CD}$ 구하기



$$\overline{CD}^2=4^2+(3\sqrt{2})^2-2\cdot4\cdot3\sqrt{2}\cdot\cos\frac{\pi}{4}$$

$\therefore\ \overline{CD}=\sqrt{10}$

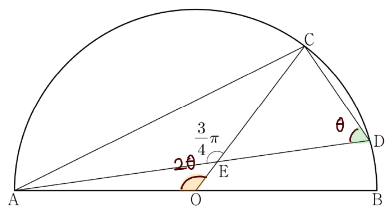
(step2) $\overline{AC}$ 구하기 아이디어



$\overline{AC}=2r\sin\theta$

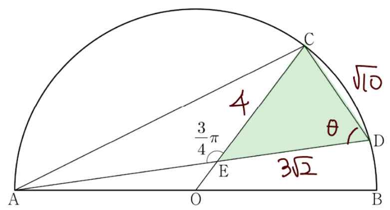
이므로 각도 θ와 반지름 r을 구하는 것을 목표로 한다!

(step2) 각 θ 구하기



$\angle O=2\angle D$

$\therefore\ \angle D=\theta$



$$\cos\theta=\frac{(3\sqrt{2})^2+\sqrt{10}^2-4^2}{2\cdot3\sqrt{2}\cdot\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$$

필연성 01

- 원 나오면 중심과 특별점 잇기
  (접점 → 접선과 수직)
  원의 성질을 써먹기 위한 최초의 작업!

⬇

$\triangle$OED가 생긴다.

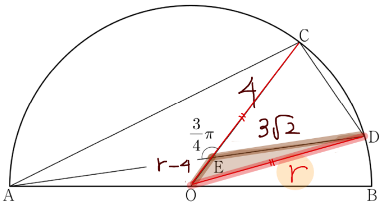
필연성 15

- 코사인법칙 활용법 (변이 많다)
  - 2변 1각 → 1변
  - 3변 → 각

⬇

세 변의 길이에 대한 정보와 각 1개 $\angle E = \frac{3}{4}\pi$를 알고 있으므로 필연적으로 코사인법칙을 쓸 생각을 할 수 있다

(Step3) 반지름 r 구하기 → $\overline{AC}$ 구하기



$$r^2 = (r-4)^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2(r-4)3\sqrt{2}\cos\frac{3\pi}{4}$$

$\therefore\ r = 5$

$\therefore\ \overline{AC} = 2r\sin\theta = 2\times 5\times\frac{2}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{AC}\times\overline{CD} = 4\sqrt{5}\times\sqrt{10} = 20\sqrt{2}$