

## 5지선다형

1. 두 행렬  $A, B$ 에 대하여  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ 이고  $AB = A - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

일 때 행렬  $B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n} - n}{\sqrt{4n^2 + n} - 2n}$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

3. 함수  $f(x) = 4\sin x \cos x + \cos 2x$ 의 최댓값은? [2점]

- ① 1    ②  $\sqrt{2}$     ③  $\sqrt{3}$     ④ 2    ⑤  $\sqrt{5}$

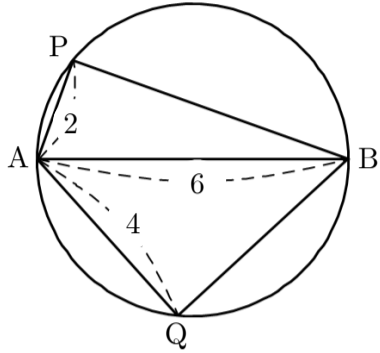
4. 두 사건  $A$ 와  $B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A|B^c) = \frac{3}{4}, \quad P(A)P(B) = \frac{1}{6}$$

일 때,  $P(A) + P(B)$ 의 값은? (단,  $P(A) > P(B)$ ) [3점]

- ①  $\frac{7}{12}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $\frac{3}{4}$     ④  $\frac{5}{6}$     ⑤  $\frac{11}{12}$

5. 그림과 같이  $\overline{AB}=6$ 인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 두 점 P, Q에 대하여  $\overline{AP}=2$ ,  $\overline{AQ}=4$ 이다.  $\sin\angle PAQ$ 의 값은? (단, 호 PQ 위에 점 A가 있다.) [3점]



- ①  $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{5}}{9}$       ②  $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{5}}{9}$       ③  $\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{9}$   
 ④  $\frac{3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{9}$       ⑤  $\frac{4\sqrt{2} + 2\sqrt{5}}{9}$

6.  $(x+1)(x+a)^5$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수가 50이 되도록 하는 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

7. 어떤 지역에서 하나의 소문이 퍼져나갈 때  $t$ 시간 후 이 소문을 들은 이 지역 사람의 비율을  $P(t)$  ( $0 < P(t) \leq 1$ )라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다고 하자.

$$P(t) = \frac{1}{1 + a \times 2^{-\frac{t}{3}}} \quad (\text{단, } a \text{는 양의 상수이다.})$$

이 지역 사람의  $\frac{1}{17}$ 이 어떤 소문을 듣게 될 때까지 걸린 시간이 3시간이라 할 때, 이 지역 사람의  $\frac{4}{5}$  이상 이 소문을 듣게 될 때까지 걸리는 시간의 최솟값은? [3점]

- ① 19      ②  $\frac{39}{2}$       ③ 20      ④  $\frac{41}{2}$       ⑤ 21

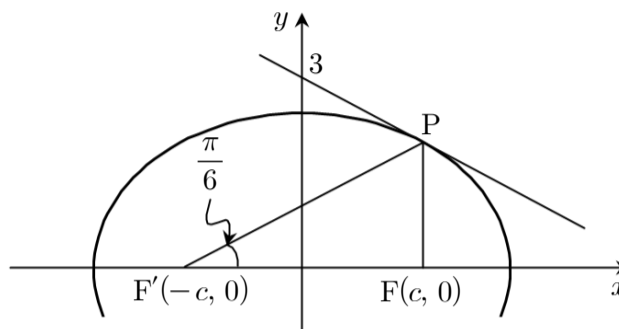
8. 좌표공간에서 직선  $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{a} = z-a$  와 평면  $x-2y=1$  이 만나지 않을 때, 직선 위의 점  $(2, -1, a)$ 에서 평면  $x-2y=1$ 에 내린 수선의 발의 좌표는  $(p, q, r)$ 이다.  $p+q+r$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{11}{5}$     ②  $\frac{13}{5}$     ③ 3    ④  $\frac{17}{5}$     ⑤  $\frac{19}{5}$

9. 서로 다른 세 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수의 최댓값과 최솟값의 차이가 4이상일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{13}{36}$     ③  $\frac{7}{18}$     ④  $\frac{15}{36}$     ⑤  $\frac{4}{9}$

10. 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 두 초점  $F(c, 0), F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )에 대하여 타원 위의 점 P의 x좌표는 c이다. 그림과 같이  $\angle PF'F = \frac{\pi}{6}$ 일 때, 점 P에서의 접선이 y축과 만나는 점은  $(0, 3)$ 이다.  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? [3점]



- ① 15    ② 18    ③ 21    ④ 24    ⑤ 27

11. 함수  $f(x)=x^2$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\frac{f(x-a)}{f(x)-b}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 2} g(x)=0$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow -2} g(x) \text{이 존재하지 않는다.}$$

$a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ② 2      ③ 4      ④ 6      ⑤ 8

12. 어느 학교에서 수학 영역 1등급의

비율을 알아보기 위하여 이 학교의

학생 중 100명을 임의 추출하여

조사한 결과 10명이 1등급이었다.

이 결과를 이용하여 구한 이 학교

학생 전체의 1등급의 비율에 대한

신뢰도  $a\%$ 의 신뢰구간을  $[\hat{p}-c, \hat{p}+c]$ 이라 하자. 오른쪽

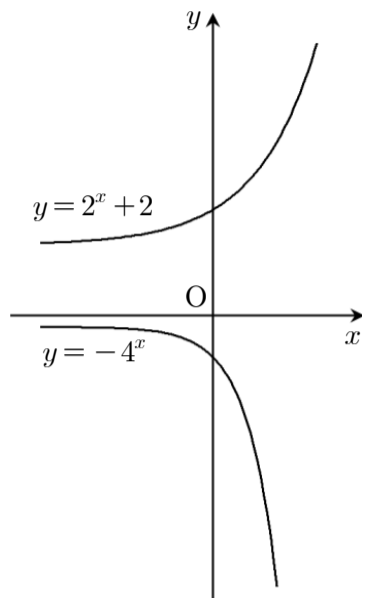
표준정규분포표를 이용하여 구한  $c$ 의 값이 0.045일 때,  $a$ 의 값은?

[3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48
2.5	0.49

- ① 68      ② 77      ③ 86      ④ 96      ⑤ 98

[13~14] 그림과 같이 두 곡선  $y=2^x+2$ ,  $y=-4^x$ 에 대하여 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이 두 곡선  $y=2^x+2$ ,  $y=-4^x$ 와 각각 만나는 점을 A, B라 할 때,  $8 \leq \overline{AB} \leq 22$ 이다. 모든  $n$ 의 값의 합은? [3점]

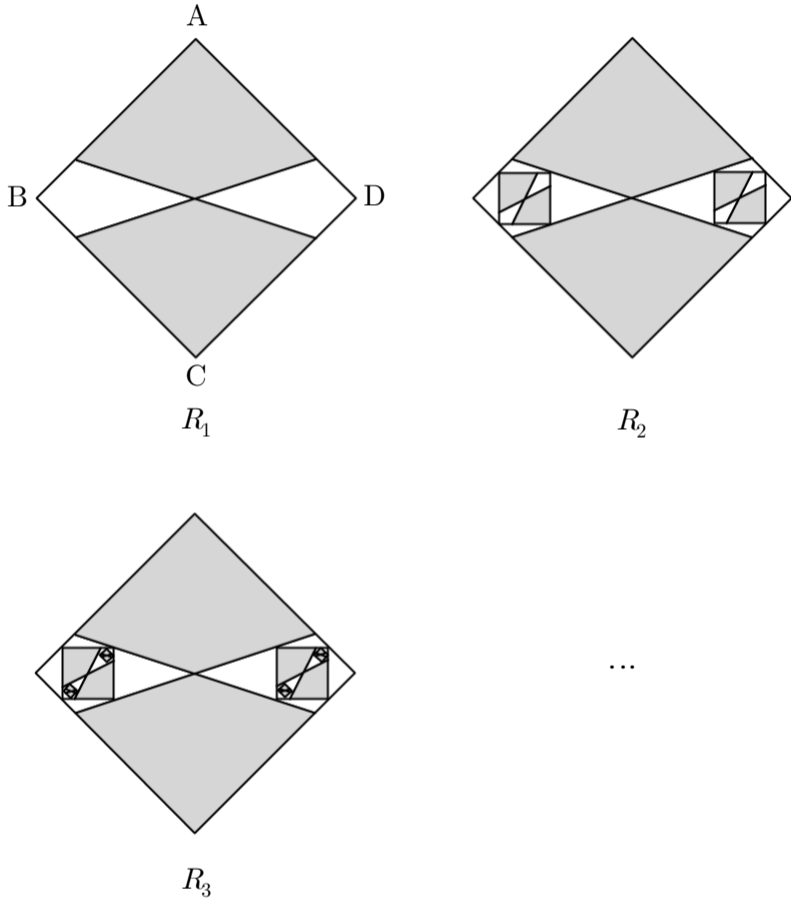
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 두 곡선  $y=2^x+2$ ,  $y=-4^x$  및 직선  $x=2$ 와  $y$ 축으로 둘러싸인 부분을  $x$ 축의 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

[4점]

- ①  $\left(\frac{131}{\ln 4}+4\right)\pi$       ②  $\left(\frac{66}{\ln 2}+4\right)\pi$       ③  $\left(\frac{133}{\ln 4}+4\right)\pi$   
 ④  $\left(\frac{131}{\ln 2}+4\right)\pi$       ⑤  $\left(\frac{132}{\ln 2}+4\right)\pi$

15. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다.  
 선분 AB의 3:1 내분점과 선분 CD의 3:1 내분점을 연결하고  
 선분 BC의 1:3 내분점과 선분 DA의 1:3 내분점을 연결하자.  
 두 선분과 정사각형으로 둘러싸인 부분 중 넓이가 큰 두 부분을  
 색칠한 그림을  $R_1$ 이라 하자.  
 그림  $R_1$ 에서 색칠되지 않은 두 부분에 선분 AC, BD와  
 모서리가 평행한 정사각형을 내접하도록 그린 후 그림  $R_1$ 을  
 얻은 것과 마찬가지로 두 정사각형에 색칠한 그림을  $R_2$ 라 하자.  
 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림을  $R_n$ 이라 할 때,  
 $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의  
 값은? [4점]



- ①  $\frac{27}{2}$
- ②  $\frac{55}{4}$
- ③ 14
- ④  $\frac{57}{4}$
- ⑤  $\frac{29}{2}$

16. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$AB^2 + A = E, (A+B)^2 - B^2 = O$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
 (단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ.  $A$ 의 역행렬이 존재한다.  
 ㄴ.  $AB = BA$   
 ㄷ.  $A^2B + E = 2A$

- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 좌표공간에 구  $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$ 가 있다.  $x$ 축과 구가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고 구와  $xy$ 평면의 교선 위의 임의의 점을 P라 하자. 점 P를 지나고  $z$ 축에 평행한 직선이 구와 만나는 점 중에서 점 P가 아닌 점을 Q라 할 때, 삼각형 QAP의 넓이와 삼각형 QPB의 넓이의 합의 최댓값은? [4점]

- ①  $20\sqrt{2}$       ②  $24\sqrt{2}$       ③  $28\sqrt{2}$   
 ④  $32\sqrt{2}$       ⑤  $36\sqrt{2}$

18. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고,

$$na_{n+1} - (n+1)a_n = (3n+5)\left(\frac{2}{5}\right)^n \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변을  $n(n+1)$ 으로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{n+1} - \frac{a_n}{n} = \frac{3n+5}{n(n+1)} \left(\frac{2}{5}\right)^n \quad (n \geq 1)$$

이므로  $n \geq 2$ 인 자연수  $n$ 에 대하여

$$\frac{a_n}{n} = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3k+5}{k(k+1)} \left(\frac{2}{5}\right)^k \dots\dots (*)$$

이다. 한편

$$\sum_{k=1}^{n-1} \frac{3k+5}{k(k+1)} \left(\frac{2}{5}\right)^k = \sum_{k=1}^{n-1} \left(\frac{5}{k} - \boxed{\text{(가)}}\right) \left(\frac{2}{5}\right)^k = 2 - \boxed{\text{(나)}}$$

이므로 (\*)에 의하여

$$a_n = \boxed{\text{(다)}} \quad (n \geq 1)$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때,  $\frac{g(2) \times h(3)}{f(24)}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{217}{5}$       ②  $\frac{222}{5}$       ③  $\frac{227}{5}$       ④  $\frac{232}{5}$       ⑤  $\frac{237}{5}$

19. 정규분포  $N(10, a^2)$  ( $a > 0$ )을 따르는 모집단에서 임의추출한 크기 9인 표본의 표본평균을  $\bar{X}$ , 표준정규분포를 따르는 확률변수  $Z$ 에 대하여 양수  $b$ 가  $P(|Z| < b) = 0.4$ 을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

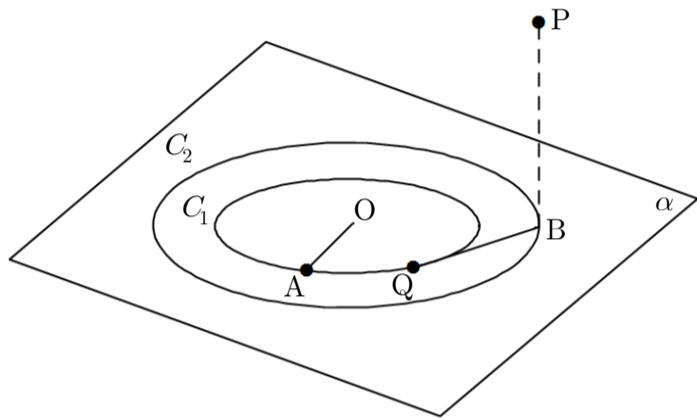
- <보 기>
- ㄱ.  $V(X) = 9V(\bar{X})$
  - ㄴ.  $P(\bar{X} > 10 + a) < P(X > 10 + 2a)$
  - ㄷ.  $P(\bar{X} > p) + P(\bar{X} < q) = 0.6$ 이면  $p - q = ab$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 평면  $\alpha$  위에 중심이  $O$ 이고 반지름의 길이가 각각  $\sqrt{3}, 2$ 인 두 원  $C_1, C_2$ 가 있다. 원  $C_1$  위의 점  $A$ , 원  $C_2$  위의 점  $B$ 에 대하여 평면  $\alpha$  밖의 점  $P$ 에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발은  $B$ 이다. 점  $B$ 에서 원  $C_1$ 에 그은 접선에 대한 접점 중 점  $A$ 에 가까운 점을  $Q$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선  $OP$ 와 직선  $OA$ 는 수직이다.
- (나) 평면  $OAP$ 와 평면  $\alpha$ 가 이루는 각은  $60^\circ$ 이다.

점  $P$ 에서 직선  $AQ$ 까지의 거리는? [4점]



- ①  $\frac{11}{4}$             ② 3                      ③  $\frac{13}{4}$             ④  $\frac{7}{2}$                 ⑤  $\frac{15}{4}$

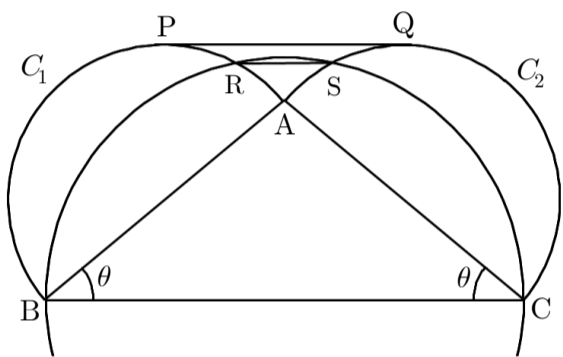


21. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ ,  $\angle ABC = \angle ACB = \theta$  ( $\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{4}$ )인

삼각형 ABC에 대하여 선분 AB 와 선분 AC를 지름으로 하는 두 반원을 각각  $C_1, C_2$ 라 하자. 두 반원  $C_1, C_2$ 에 동시에 접하는 직선이 두 반원과 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 선분 BC를 지름으로 하는 원이 두 반원  $C_1, C_2$ 의 호와 만나는 점 중

점 B, C가 아닌 점을 각각 R, S라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{6}+0} \frac{\overline{PQ} - \overline{RS}}{\theta - \frac{\pi}{6}}$ 의

값은? (단, 두 반원  $C_1, C_2$ 는 선분 BC와 각각 점 B, C에서만 만난다.) [4점]

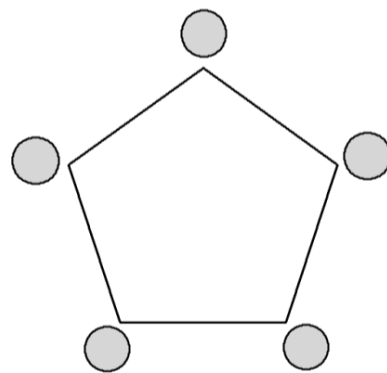


- ① 2
- ②  $2\sqrt{2}$
- ③ 3
- ④  $4\sqrt{3}$
- ⑤ 6

단답형

22. 함수  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ 에 대하여  $f'(2) = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

23. 그림과 같이 정오각형의 탁자에 남자 3명과 여자 2명이 둘러앉을 때, 여자가 이웃하지 않게 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



24. 연립부등식

$$\begin{cases} x - \frac{5}{x-3} \geq 7 \\ x^2 - 10x \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 합을 구하시오. [3점]

25. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하는 회전변환  $f$ 에 의하여

$x$ 축이 직선  $l$ 로 옮겨진다. 직선  $l$ 이 곡선  $y = \frac{\sqrt{3}}{6}(x^2 + 1)$ 에

접할 때, 회전변환  $f$ 를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합이

$a$ 이다.  $a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. A 수도꼭지에서는 1분당  $a$ (L)의 물이 일정한 속력으로

나오고, B 수도꼭지에서는 1분당  $b$ (L)의 물이 일정한 속력으로 나온다. 용량이 60(L)인 K 그릇에 A 수도꼭지를 이용하여 물을 가득 담는 데 걸리는 시간은, K 그릇에 B 수도꼭지를 이용하여 물을 가득 담는 데 걸리는 시간보다 2분이 더 걸린다고 한다.

또한 다음과 같은 순서대로 비어 있는 K 그릇에 물을 가득 담는 데 11분이 걸린다고 한다.

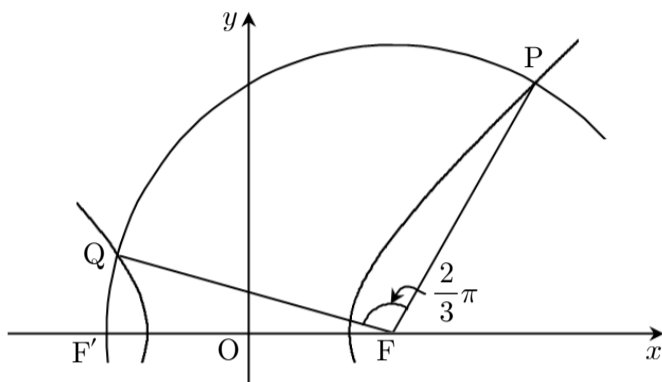
(가) K 그릇에 B 수도꼭지를 이용하여 물을 5분 동안 담는다.

(나) A 수도꼭지를 이용하여 나머지 용량을 담는다.

$a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 좌표평면에서 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=x^2$  위의 두 점  $A(-2, 4)$ ,  $P(t, t^2)$ 이 있다.  $x$ 축 위의 점  $Q$ 에 대하여  $\overline{PQ} + \overline{AQ}$ 이 최소가 되도록 하는 점  $Q$ 의  $x$ 좌표를  $f(t)$ 라 하자. 함수  $f(t)$ 가  $t=p+q\sqrt{2}$ 에서 최댓값을 가질 때,  $p^2+q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $f(0)=0$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]

28. 좌표평면에 두 초점이  $F(1, 0)$ ,  $F'(-1, 0)$ 인 쌍곡선과 점  $F$ 를 중심으로 하고 점  $F'$ 을 지나는 원이 있다. 쌍곡선과 원이 1사분면에서 만나는 점을  $P$ , 2사분면에서 만나는 점을  $Q$ 라 할 때,  $\angle QFP = \frac{2}{3}\pi$ 이다. 쌍곡선의 한 점근선이  $y=ax$ 일 때,  $60a^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



29. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표와 가수를 각각  $f(n), g(n)$ 이라 하고, 집합  $A_n, B_n$ 을

$$A_n = \{g(2^k) \mid k \text{는 자연수}, f(2^k) = n\}$$

$$B_n = \{a+b \mid a \in A_n, b \in A_n\}$$

라 하자. 20이하인 자연수  $m$ 에 대하여

$$A_m \subset B_n$$

을 만족시키는 순서쌍을  $(m, n)$ 이라 할 때, 모든  $m+n$ 의 값의 합을 구하시오. (단,  $0.30 < \log 2 < 0.31$ ) [4점]

30. 평면  $\alpha$  위에 반지름의 길이가 4이고 중심이  $O_1$ 인 반구와 평면  $\alpha$ 와 수직인 평면  $\beta$ 가 반구를 자른 단면인 반원  $C$ 가 있다. 반원  $C$ 의 중심을  $O_2$ 라 할 때, 중심  $O_2$ 를 지나고 평면  $\beta$ 에 수직인 직선이 반구와 만나는 점 중  $O_2$ 에서 멀리 있는 점을  $A$ 라 하자. 반원  $C$ 의 호 위의 점  $P, Q$ 는 다음을 만족시킨다.

$$(가) \quad |\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} - 2\overrightarrow{AO_1}| = 2\sqrt{13}$$

$$(나) \quad \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = |\overrightarrow{AO_2}|^2 + \frac{1}{2}|\overrightarrow{O_2P}|^2$$

두 점  $P, Q$ 에서 평면  $\alpha$ 에 내린 수선의 발을 각각  $P', Q'$ 라 할 때,  $|\overrightarrow{AP'}|^2 + |\overrightarrow{AQ'}|^2$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

