Bin의 수학영역
(수능완성 A형, Tip)

제 2 교시 | 성명 | | 수험번호 | 3 | *1*

반드시

인쇄하여

공부해

주세요.

안녕하세요. Bin 입니다.

이번 칼럼은, 제가 며칠전 배포했던 수능완성 A형 요약집의

문항별 조언 + Tip 입니다.

거창한건 아니고, 여러사람이 보는만큼, 문항별로

“ 이런 것은 알고 가는게 좋다 ”

“ 이런 문항은 이렇게 풀면 좋다 ”

란 식으로 정리한 것입니다.

해설이 아니라, 보충자료라 생각하시면 됩니다.

음, 이미 지금까지 써오고 있는 칼럼이 있기에,

읽다가 이해가 안간다싶으면, 제 블로그에서

해당단원 칼럼을 인쇄하신뒤에, 한번만 정독해주시면 됩니다.

그럼, 시작하지요.

2

양의 실수 x에 대하여 $\log x$의 지표를 $f(x)$라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 n의 개수를 구하시오. (단, $10^{\frac{1}{3}}=2.15$, $10^{\frac{1}{2}}=3.16$으로 계산한다.) [4점]

(가) $1 \le n < 100$
(나) $\frac{1}{3} < \log n - f(n) \le \frac{1}{2}$

→ (가) 를 보고, 바로 상황을 나눠야 합니다.

1. 지표가 0일 때
2. 지표가 1일 때

(나) 를 보고, logn-f(n) 이 가수를 뜻함을 알 수 있고,
그 가수가 1/3 과 1/2 사이이므로,

(가)에서 나눈 1. 지표가 0일 때 와 2. 지표가 1일 때

각각 구하면 됩니다.

* 1/3 = log 2.15, 1/2 = log 3.16 이므로,

1번 상황에선 3.
2번 상황에선 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31 이 가능하군요.

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=-1$이고,
$a_{n+1}=2a_n(1-a_n)$ $(n\ge 1)$
을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

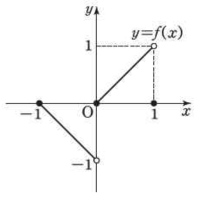
자연수 n에 대하여
$1-2a_{n+1}=1-2\times 2a_n(1-a_n)$
$=1-4a_n+4a_n^2$
$=(1-2a_n)^2$
$1-2a_1=1+2=3>0$에서 $1-2a_n>0$
$b_n=\log(1-2a_n)$이라 하면
$b_{n+1}=\boxed{(가)}\times b_n$
이고, $b_1=\log 3$이므로
$b_n=(\log 3)\times(\boxed{(나)})$
이다. 따라서
$a_n=\frac{1}{2}(1-3^{\boxed{(나)}})$
이다.

위의 (가)에 알맞은 값을 k, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $kf(10)$의 값은? [3점]

빈칸문제는 앞뒤 비교해주면 됩니다. (칼럼참고)
왜 갑자기 bn+1 이 튀어나왔는지를 고민해주면 됩니다.

아하, 1-2an+1 이 처음에 주어졌는데,
log(1-2an) 이 bn 이므로, 1-2an+1 에서 bn+1 이 나오려면,
1-2an+1 에 log 씌워주면 되군요.
양변에 로그씌워준뒤에, (가) 를 찾으면 됩니다.

정의역이 실수 전체의 집합인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(x+2)$를 만족시키고 닫힌 구간 $[-1, 1]$에서 함수 $y=f(x)$의 그래프는 그림과 같다.
$\lim_{x\to 1+0} f(x)+\lim_{x\to -3+0} f(-x)$의 값은? [4점]



① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

$\lim_{x\to -3+0} f(-x)$. 이런건 그냥 대입만 해주면 됩니다.

그럼 f(3-0) 이 되겠죠? ㅎㅎ

행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$와 단위행렬 E에 대하여 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은?
(단, a, b, c는 실수이다.) [4점]

보기
ㄱ. $A^2=E$이면 $b=0$이다.
ㄴ. $A^3=E$이면 $b=0$이다.
ㄷ. $A^4=E$이면 $A^2=E$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

제 행렬 칼럼 보신분들은 알겠지만,

이런 문항에서 고수들은, 딱 한가지만 합니다.

“ 고민 없이, 지체없이. **바로 직접하기** ”

그냥 ㄱ,ㄴ,ㄷ 직접해서 확인하면 됩니다.

이런건 맞고 틀리고의 문제가 아니라 빨리 했느냐 못했느냐 예요.

함수 $f(x)=x^3-3x+a$에 대하여 방정식 $|f(x)|=k$의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k가 존재하기 위한 정수 a의 개수는? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

문과에선 단골유형인데, " 미분 " 이라는 특정 유형이라기 보단,
저렇게 " a " 하나 던져두고 풀게하라 합니다.

그럼 우린, " a " 가 무엇인지 모르니, a에 따라 상황이 바뀐다는 걸 인지하고 풀어야 합니다.

작년 6평, 수능 모두 마찬가지였죠. a 를 양수, 음수, 0 으로 나누고 했었어야 합니다. 상황분류는 A형에서는 필수유형입니다.

함수 $f(x)=\begin{cases} -x-2 & (x<0) \\ 2x-2 & (x\geq 0) \end{cases}$에 대하여 $g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$라 하면 곡선 $y=g(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

이건.. 그냥 개념설명용인데,
g(x) 의 저런표현은, g(x) 의 도함수가 f(x) 다. 란거죠 ?

하지만 조금 다른데, 정적분으로 표현한 순간, g(x) 는 하나로 고정됩니다.

원래 어떤 함수를 적분하면, 적분상수가 붙으므로,

원래함수의 개형만 유지되고, 위치는 고정되지가 않습니다.

하지만 정적분으로 나타내면, g(0) = 0 으로 딱 고정시켜 버리죠.

부정적분과 정적분의 차이. 다시 한번 짚고넘어가시길.

이차함수 $f(x)=x^2-ax+b$가
$$\int_0^1 f(x)\,dx=\int_1^2 f(x)\,dx=0$$
을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

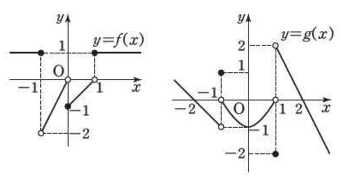
기출변형입니다.

우린 정적분에 개념에서, 정적분을 "분할 " 할 수 있단것을 배웠지요.

그 개념을 묻고 있는 문항입니다.

$\int_1^2 = \int_0^2 - \int_0^1$ 인데, 이것이 $\int_0^1$ 과 같다 했으므로,
$\int_0^2 = 2\int_0^1$ 이네요.

다음은 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프이다.



보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기
ㄱ. $\lim_{x\to -1+0}\{2f(x)+g(x)\}=-4$
ㄴ. $\lim_{x\to 1+0} f(x)g(-x)=2$
ㄷ. 함수 $f(x)-g(-x)$는 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄷ만 설명할게요.

"연속" 하면 뭐라했죠?

좌극한 = 우극한 = 함수값. 다 따져주면 됩니다.

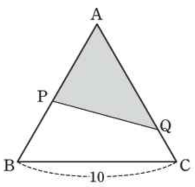
g(−x) 처럼 −x 나올경우는 아까 설명했죠? 어떤 모양으로 나오든

상관없이 그냥 넣어주면 됩니다.

$-2 \le x \le 2$에서 함수 $y=4^{-x}-2^{-x+1}+4$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [3점]

$2^{x}=t$ 로 치환할 때 " **범위도 치환**" , 잊지마시길.

한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC가 있다. 변 AB 위를 움직이는 점 P와 변 AC 위를 움직이는 점 Q에 대하여 시각 $t(0 \le t \le 4)$일 때, $\overline{\mathrm{AP}}=\frac{t^2+3}{2}$, $\overline{\mathrm{AQ}}=10-2t$이다. 삼각형 APQ의 넓이의 최댓값은? [4점]



① $5\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ 10
④ $6\sqrt{3}$ ⑤ 12

여러분이 삼각형 넓이 배운건 딱 두가지 밖에 없어요.

1. 높이 * 밑변 * 1/2

2. 1/2*a*b*sinθ.

이 문제는 2번으로 푸는 문항이긴 합니다만...

사실 지금껏 문과기출풀면서 2번 풀이가 등장하는 문항은

보질못했습니다. 그냥 이런게 있구나. 하고 넘어가면 됩니다.

나오면 맞추면되구요. (나올리 없어요..)

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1=1$
(나) $a_{2n}=a_{2n+1}=-a_n+3$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

$\sum_{k=1}^{64} a_k$의 값을 구하시오. [4점]

여러분이 배우지 못한, 처음보는 수열이 나오면 어떻게 하면 될까요?

손을 놓을까요?

아니죠 그냥 해보면 됩니다.

해볼까요?

a1부터 차례대로 쓰면,

1, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 1 .... 아하 1221/1221/1221 이렇게 반복!

쉽네요.

자연수 n에 대하여 $\log n$의 가수를 $f(n)$이라 할 때, 집합

$$A=\left\{f(n) \,\middle|\, f(n)>\frac{1}{2},\ 1 \le n \le 500,\ n\text{은 자연수}\right\}$$

의 원소의 개수를 구하시오. (단, $\log 3.16=0.4997$, $\log 3.17=0.5011$로 계산한다.) [4점]

뭐라구요? 상황나누라구요.

1≤n<10, 10≤n<100, 100≤n<500.

세가지 상황에서 각각 구한뒤 풀면 됩니다.

잊지마세요. A형의 기본. **상황분류.**

수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_3=2a_1$
(나) $a_{n+1}=a_n+3$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n>300$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [3점]

기출변형입니다 ㅎㅎ. a1값도 모르고 a2값도 모르니,

주어진 (가),(나)를 이용하여 구하면 됩니다.

(나) 조건과 (가)조건을 연결시키기 위해 (나)조건에서

a2=a1+3, a3=a2+3=a1+6 으로 만들어주고,

a3=2a1 이므로, 2a1= a1+6 이 되네요.

두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{x^2-(a+1)x+a}{x^2-bx+6}=2$일 때, ab의 값을 구하시오.

이건 tip 하나만 드릴게요.

원래 함수극한에서의 기본은, 분모가 0으로 가면 분자도 0으로간다.

혹은, 분자가 0으로가면 분모도 0으로 간다. 이죠?

그래서 준식에서 분자가 0으로 가니, 분모도 0으로 간다. 하고 풉니다.

그런데, 왜 0으로 갈까요?

그렇죠. (x-1) 이 포함되어있기 때문입니다.

이걸 알면, 분모를 바로 변형가능해요. (x-1) 이 무조건 들어가야하니,

(x-1)(x-6) {상수항이 무조건 6이여야 하므로} . 전개하면,

x^2-7x + 6 이므로, b는 7이네요.

쉬운문항은 뭐 굳이 이렇게 안해도 되지만, 복잡한식에선 유용합니다.

전 그냥 이게 습관되서 이렇게 푸네요.

삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+1$과 이차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(0)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

(가) $g(1)=0$
(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)}{g(x)}=0$, $\lim_{x\to2}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{3}{5}$

① 3 ② 1 ③ -1
④ -3 ⑤ -5

이번 6월모의고사 21번 과 “ 매우 ” 유사한 문항입니다.

주의깊게 보셔야 합니다.

(나) 에서 보면, f(x)/g(x) 가 0으로 가는걸 알 수있는데, g(1) 은 원래 0이죠?

즉, g(x) 는 원래 (x-1) 을 포함하고 있는데, f(x) 의 (x-1)과 약분을 하고, x 를 1로 보내도 “또” 0으로 가니깐,

f(x) 는 (x-1) 을 두개 갖고 있는 것입니다.
즉 f(x) 를 a(x-1)^2 으로 표현할 수 있다. 이것이죠.

이차항의 계수가 1인 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)>0$
(나) $f(1)=g(1)=0$
(다) $\lim_{x\to1}\frac{g(x)}{\{f(x)\}^2}=\frac{1}{4}$

$f(2)$의 값은?

① -2 ② -1
③ 0 ④ 1
⑤ 2

비슷한 맥락으로, 이건 g(x) 가 (x-1) 을 두개 갖고 있겠군요.

다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to+0} x^2 f\left(\frac{1}{x}\right)=2$

(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-2x}{x-1}=-2$

$f(0)$의 값은?

① 1 ② 2
③ 3 ④ 4
⑤ 5

1/x 을 t로 치환해주면 됩니다.

음. 단정지으면 안되지만, 대부분 이렇게 두 식이 주어져있으면

하나는 최고차항의 계수와 차수를 알려주는 식이고,

나머지 하나는 그렇게 얻어진 식을 좀더 구체화해주는 식입니다.

이걸 인지하고 있으면, 저렇게 형태가 바뀌어나와도

" 아, 이건 최고차항의 계수와 차수를 알려주는거야" 하고 접근하면

쉽게 풀립니다.

다항함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이고 $\lim_{x\to1}\frac{f(x^2)-3}{x-1}=\frac{3}{2}$일 때, $f(1)+f'(-1)$의 값은?

① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{11}{4}$
④ 3 ⑤ $\frac{13}{4}$

제 미분계수칼럼보시면 알겠지만,

분자는 무조건, f(x^2)-f(1) 일 것이고, 그래서 분모도 자연스레

x^2-1 이 되어야합니다.

그럼 f'(1)은 자연스레 3/4 가 되야겠군요.

이해안가면 칼럼참고 !

삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$가

$f(-2)=f(0)=f(2)$

를 만족시킬 때, $f'(-1)$의 값은?

(단, a, b, c는 상수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

이런건 대부분 틀을 아시고 계시겠지만, 모르면 알고가야죠.

f(-2)=f(0)= f(2) 이런건,

f(x)-k = a(x+2)(x)(x-2) 로 두고 풉니다.

이유는 생략할게요 ㅎㅎ. 그림그리는건 너무 오래걸려서 ㅠㅠ

수업할땐 2분이면 끝나는걸..

삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,\ f(1))$에서의 접선의 기울기는?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x)=-f(x)$이다.

(나) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서의 접선의 기울기는 -2이다.

① $\frac{13}{16}$ ② $\frac{15}{16}$ ③ $\frac{17}{16}$
④ $\frac{19}{16}$ ⑤ $\frac{21}{16}$

패쓰할게요.. ㄱ보면 원점대칭인걸 알아야합니다.

뭐, 사실 수능에서 처음보는 함수가 나오면,

" 직접 몇개 넣어봐서, 그 함수를 파악 " 하는 것이 정말 중요합니다.

저런거 등장해도, 원점대칭인 걸 몰랐다하더라도

직접 몇개 넣어봐서 원점대칭임을 파악해야한다 이겁니다.

이건 수열심화 문제에서 특히나 중요해요.

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-3)$의 값은?

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)-f(-x)=0$이다.
(나) $x=2$에서 극솟값 -10을 갖는다.

① 15 ② 19 ③ 23
④ 27 ⑤ 31

(가) 식은 사실을 y축 대칭이라서, 홀수차항 없습니다 .

바로 x^4+ax^2+b 라 둘 수 있죠.

뭐 어떻게 아는가? 직접해보면 됩니다 ㅎㅎ

x^4+ax^3+bx^2+cx+d 라 두고 (가)식을 직접해보세요 ㅎㅎ.

또한, y축 대칭이므로, x= -2 에서도 극솟값 -10 을 가지네요.

미분가능한 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=g(0)$
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>g'(x)$가 성립한다.

보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

보기
ㄱ. 함수 $y=f(x)-g(x)$는 증가함수이다.
ㄴ. 0이 아닌 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>g(x)$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-g(x)=0$은 오직 한 개의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

음. 패쓰할게요. 모두 넘겨서,

f(x)-g(x) 란 함수가 있는데,f(0)-g(0) = 0, f'(x)-g'(x) > 0 로 하면

됩니다.

삼차함수 $f(x)=2x^3-3ax^2+2a^2+a$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 함수 $g(t)$라 하자.
$g(1)<g(2)<g(3)$이 성립하도록 하는 양수 a의 값은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$
③ 2 ④ $\frac{5}{2}$
⑤ 3

이런건, f(x) 의 개형을 미리 그려논뒤에, 주어진 조건이 성립하는지를

따져서 적합한 개형을 찾아내고, 그 후 그 개형을 참고로하여

구체적인 식을 세워주면 됩니다.

다항함수 $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+1$과 실수 t에 대하여 $x\le t$에서 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 오직 $t=\alpha$에서만 미분가능하지 않을 때, $g(\alpha)$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0
④ 2 ⑤ 4

이건 식이 제대로 주어져있죠? 먼저 극대극솟값 먼저 구해서

개형을 완성시킨뒤에, 주어진 조건에 따라 구하면 됩니다.

위의 문제랑은 조금 차이가 있는겁니다.

보통 식이 이렇게 다 주어진 경우가 더 쉽죠.

연속함수 $f(x)$에 대하여

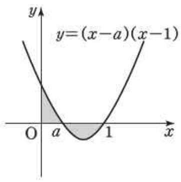
$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{2k}{n}\right)\frac{1}{n} = a\int_0^2 f(x)dx$를 만족시키는 상수 a의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ 2 ⑤ 4

f(x) 안이 2k/n 이면 밖에 있는 1/n 는 2/n으로 맞춰야죠?ㅎㅎ

a = 1/2 이네요.

그림과 같이 곡선 $y=(x-a)(x-1)$과 x축, y축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이가 같을 때, 상수 a의 값은? (단, $0<a<1$)



① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$
③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

두 부분의 넓이가 같은데, x축 아래에 있는건,

적분값이 음수죠? 하지만 넓이는 양수이고.

그러므로 $\int_0^1 f(x)dx$ = 0 입니다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 $0\le x\le 1$인 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1-x)=f(1+x)$
(나) $f(x)+f(2-x)=4-4x$

$\int_0^2 f(x)dx$의 값은?

① 0 ② 2 ③ 4
④ 6 ⑤ 8

(가) 식에서 알 수있는건, x=1 대칭이란 것이죠.

몰랐는데, 저런 식이 나오면 어떻게 한다구요?

몇개 넣어서 x=1임을 직접 확인하면 됩니다.

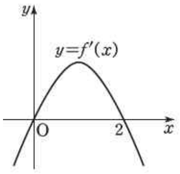
원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 t초 후의 속도가 $v(t)=(t-2)(t-a)$일 때, 점 P가 다시 원점을 지나지 않도록 하는 양의 정수 a의 최댓값은? (단, $a>2$)

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

원점을 지나는건 방금 한 문제와 같은 상황이어야 하죠?

즉, 지나지 않으려면, 0 부터의 적분값이 0이 안되면 됩니다.

삼차함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값이 각각 6, 2이고, 함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $f(1)$의 값은?



① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

극대 극소 값의 차이가 4이므로, $\int_0^2 f'(x)dx = 4$ 입니다. ㅎㅎ

딸기 맛, 오렌지 맛, 포도 맛 3종류의 사탕으로 20개들이 사탕선물세트를 만들려고 한다. 각 종류의 사탕이 3개 이상씩 들어 있고, 포도 맛 사탕은 12개 이하가 들어 있도록 만드는 경우의 수를 구하시오.
(단, 각 종류의 사탕은 20개 이상씩 있다.)

12개 이하이므로, 12개, 11개, 10개, 9개, 8개.. 등등 많죠?

이럴 땐 어떻게 할까요?

기억하세요. 상황이 복잡하면 = “ 여사건 "

확률변수 X가 이항분포 $B(24, p)$를 따르고,
$3P(X=2)=P(X=3)$
일 때, p의 값은? (단, $0<p<1$)

① $\frac{5}{23}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{27}$ ④ $\frac{8}{29}$ ⑤ $\frac{9}{31}$

이항분포가 뭔진 아셔야 합니다 !

P(X=2) = ${}_{24}C_2 p^2 q^{22}$ 임을 바로 쓸줄 알아야 한단겁니다.

연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0\le X\le 1$이고, X의 확률밀도함수는 x에 대한 다항함수이다. 닫힌 구간 $[0, 1]$에서 정의된 함수 $G(t)=P(t^2\le X\le t)$가 t에 대한 사차함수이고 $E(X)=\frac{2}{3}$일 때, $G(t)$의 최댓값은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

아마 제 자료 중 가장 어려운 문항이 아닌가 생각됩니다.

G(t) 를 식으로 바꾸면, $\int_{t^2}^{t} f(x)dx$ 이죠. [f(x) 는 X의 확률밀도함수]

이걸 전개한것이 4차 함수 이기에, f(x) 는 일차함수임을 알 수 있습니다.
(적분하면 2차인데 거기에 t^2 이 들어간 것이 4차이므로.)

그러면 f(x) = ax + b 라 하고, 그걸 0부터 1까지 적분한 값이 1.

평균 구한것이 2/3 하면 a와 b가 나오겠네요. 끝.

두 이차정사각행렬 A, B가
$A+B=E$, $A^2+B^2=E$
를 만족시킬 때, 옳은 것만을 **보기**에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.)

보기
ㄱ. $AB=BA$
ㄴ. $AB=O$
ㄷ. $A^3+B^3=E$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

AB= BA 를 확인하는 방법은 두 가지다.. 라고 제 칼럼에서 했었죠.

학습이 잘 되어있다면, ㄱ은 보자마자 풀 줄 알아야 합니다.

A= E -B 이므로,

AA= A- AB, AA= A - BA 이니, AB =BA 이죠

두 양수 a, b에 대하여 $\log_2 a=\log_3 b$이고 $ab=\sqrt{6}$일 때, a^2+b^2의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

$\log_2 a = \log_3 b = k$ 라 두고 풀면 됩니다.

양수 A에 대하여 $\log A^3$의 지표는 11이고, $\log \frac{1}{A}$의 가수는 $\log 2$일 때, $\frac{A}{100}$의 값을 구하시오.

$\log A = n + a$ 라 두고 풀어야 할 문항이군요.

3logA = 3n +3a, -logA = -n - a 인데,

n + a 풀이에선 반드시 기억할 것이 딱 하나있죠.

" 가수 범위 "

내가 지표가수 문항푸는데 가수 범위 안따졌다.

그럼 틀렸다고 보시면 됩니다.

쉬운 문항에선 그냥 안따져도 되지만,

4점짜리에선, 사실 출제의도가 저걸 따질 수 있냐는 거거든요.

왜? 아니 가수의 정의자체를 무시한것이니깐요.

그니깐 저걸 안따지고 풀어서 실수했네 마네 하시면 안됩니다.

아예 기본자체가 틀린거니까요 ㅎㅎ

양수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 할 때, $f(x)=2g(x)$를 만족시키는 모든 x의 값의 곱은?

① $10^{\frac{3}{2}}$ ② 10^2 ③ $10^{\frac{5}{2}}$
④ 10^3 ⑤ $10^{\frac{7}{2}}$

g(x) 는 0이거나 1/2 이면 되겠네요. f(x) 가 정수여야 하니.

양수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)=g\left(\frac{1}{x}\right)$을 만족시키는 1 이상이고 100보다 작은 모든 x의 값의 곱은?

① 10　② 10^2　③ 10^3
④ 10^4　⑤ 10^5

마찬가지로 logx = n + a 라 하면 됩니다.

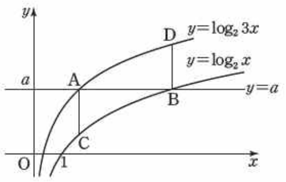
-logx = -n - a 인데, 가수범위에 따라

-n-1 + 1- a 로 바꿀 수 있고,

따라서 g(1/x) = 1- a 이죠.

넘어갈게요.

실수 a에 대하여 함수 $y=\log_2 3x$의 그래프와 함수 $y=\log_2 x$의 그래프가 직선 $y=a$와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 함수 $y=\log_2 x$의 그래프와 만나는 점을 C라 하고, 점 B를 지나고 y축에 평행한 직선이 함수 $y=\log_2 3x$의 그래프와 만나는 점을 D라 하자. 두 점 C, D를 지나는 직선의 기울기가 $\frac{2}{3}\log_2 3$일 때, a의 값은?



① 2　② $\log_2 \frac{9}{2}$　③ $\log_2 5$
④ $\log_2 \frac{11}{2}$　⑤ $\log_2 6$

지수로그 함수에서의 기본은 항상, 평행이동, 대칭이동, 확대축소라 했습니다.

log3x 를 보자마자 logx + log3 으로 바꾸고 logx를 y축으로 log3 만큼 이동했다.. 가 보여야 해요.

정의역이 $\{x \mid -2\le x\le 2\}$인 함수 $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x}$의 최댓값이 M, 최솟값이 m일 때, $\frac{M}{m}$의 값은?

① 2^5　② 2^6　③ 2^7
④ 2^8　⑤ 2^9

지수함수의 특성상, 들어가는값 즉, x^2-2x 값이 최소여야 f(x) 가

최대이고, 들어가는 값이 최대여야 f(x) 가 최소입니다.

(그래프로 확인)

그러므로 x 에 -2, 2 를 넣는게 아니라, x^2-2x가 최대최소인

-2 와 1을 넣어야 합니다.

다음 조건을 만족시키는 자연수 N의 개수를 구하시오.

(가) $\log N$의 지표는 1이다.
(나) $\log 20$의 가수와 $\log 5N$의 가수의 합은 1보다 작다.

log 20 의 가수는 뭘까요? 네. log2

log 234232323의 가수는 뭘까요? 네. log2.34232323 입니다.

매우 유용하니 잊지마시길 ㅎㅎ

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_2=7$, $a_9=21$일 때,

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9+a_{10}$

의 값을 구하시오.

등차중항에 따라, a1+a10 = a2 + a9 = a3+ a8 = a4+a7= a5+ a6

입니다. 즉 , a2+a9 = 28 이므로, 구하라고 하는건

28*5 가 되겠네요.

등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_{10}=16$, $a_{11}+a_{12}+a_{13}+\cdots+a_{20}=50$

일 때, a_9의 값을 구하시오.

마찬가지로, 5(a11 +a20) = 5(a10 + a21) = 50입니다.

그러므로, a21 은 -6 이고, a10 에서 a21 이 되려면 11d 를 더해줘야

하므로, 11d = -22가 되네요. d= -2 이므로, a9 는 14입니다.

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_4+a_6=3$, $a_7+a_9=81$

일 때, a_9+a_{11}의 값을 구하시오.

등비수열의 성질에 따라, a4+a6 이 a7+a9 가 되려면 r^2을 곱해줘야

합니다.

r^2= 27 이군요.

a7+a9 가 a9+ a11 이 되려면 r^2 을 또 곱해줘야 합니다.

81*27이네요.

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=1$이고

$a_n+a_{n+1}=2^{\frac{n}{2}}$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$의 값을 구하시오.

시그마를 늘려보면, a1+a2+a3....+ a15이죠?

그러므로 n 에 1, 3, 5 ,7,, 이렇게 넣어주면 됩니다.

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\log_2 a_{n+1} = -\frac{1}{2} + \log_2 a_n$$

을 만족시킨다. $a_1 = 64$일 때, a_{10}의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

쉬우니 넘어갈게요.

수열이 형태가 바뀌어나오면 치환해주면 됩니다.

$\log_2 a_n = T_n$.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때,

$2S_n = 3a_n + 2n - 9$ $(n \geq 1)$

가 성립한다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

$2S_n = 3a_n + 2n - 9$ $(n \geq 1)$ …… ㉠
에 $n=1$을 대입하면
$2S_1 = 3a_1 + 2 - 9$에서 $S_1 = a_1$이므로
$2a_1 = 3a_1 - 7$
$\therefore a_1 = 7$
㉠에서
$2S_{n+1} = 3a_{n+1} + \boxed{(가)}$ …… ㉡
㉡−㉠을 하면
$a_{n+1} - 1 = \boxed{(나)}(a_n - 1)$
$\therefore a_n = \boxed{(다)}$

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고 (나)에 알맞은 값을 k라 할 때, $f(k)+g(k)$의 값은?

처음에 말했듯이, (가) 가 어떻게 나오는지만 알면 됩니다.

2Sn+1 이 등장했으므로, 어떻게 이걸 구했는지만 알면되고,

첫째줄에 2Sn 이 있으므로 n 에 n+1 을 대입하면 됩니다.

자연수 n에 대하여 이차방정식 $x^2-(4n-2)x+4n^2-4n=0$의 서로 다른 두 실근을 α_n, β_n이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{20} \frac{1}{(\alpha_n+1)(\beta_n+1)}$의 값은?

① $\frac{18}{41}$ ② $\frac{6}{13}$ ③ $\frac{20}{41}$
④ $\frac{21}{43}$ ⑤ $\frac{20}{39}$

두 실근이란 것이 나왔을 때 우리는 두가지 행동을 할 수 있습니다.

1. 인수분해

2. 인수분해가 안될시에, 근과계수와의 관계.

이것은 인수분해가 되지요? 인수분해될때는 바로 근 구해서 풀면 됩니다.

괜히 근과계수와의 관계써서 복잡하게 푸시지 마시구요 !

기억하세요.

이것도 기출변형문항이네요.

모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이

$a_1=1,\ a_2=3$

이고, 모든 자연수 n에 대하여

$2\log a_{n+1}=\log a_n+\log a_{n+2}$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{(a_n-2)(2a_n+1)}{4^n+9^n}$의 값은?

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

아까와 마찬가지로, logan 을 Tn으로 치환해줍니다.

2Tn+1 = Tn + Tn+2 이므로 Tn은 등차수열이군요. (등차중항 식이니깐)

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{an^3+n+1}{n(n+1)(n+2)}=b$를 만족시키는 두 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$
④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

헷갈리면 안됩니다 ㅠㅠ b = a 가 아녜요.

무한급수가 수렴하면, 일반항은 항상 0입니다. 0.

그래서 a = 0 이 되는거구요.

다음은 수열 $\{a_n\}$이

$a_1=2,\ n(n+2)a_{n+1}=(n+1)^2a_n+1\ (n\geq1)$

을 만족시킬 때, 수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하는 과정이다.

$n(n+2)a_{n+1}=(n+1)^2a_n+1$에서 양변을 $n(n+1)$로 나누면

$\frac{(n+2)a_{n+1}}{n+1}=\frac{(n+1)a_n}{n}+\frac{1}{\boxed{(가)}}$이다.

$b_n=\frac{(n+1)a_n}{n}$이라 하면 $b_{n+1}=b_n+\frac{1}{\boxed{(가)}}$, $b_1=\frac{2a_1}{1}=4$이므로

$b_n=4+\boxed{(나)}$

즉, $\frac{(n+1)a_n}{n}=4+\boxed{(나)}$이므로

$a_n=\boxed{(다)}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$이라 할 때, $f(3)\times g(4)\times h(5)$의 값은?

① 32 ② 36 ③ 40
④ 44 ⑤ 48

빈칸은 항상 앞뒤비교가 기본이라 했습니다.

뭐 쉽죠사실. n(n+1)로 나누라 했으므로 나누면 되고,

bn+1 = bn +.. 이런거 나오면 뭐라했죠??

보자마자. 계차수열이구나.

bn+1 - bn = ... 이면, 계차가 ... 인 계차수열이 되는겁니다.

쉽죠?ㅎㅎ

- 질문은 블로그에 질문게시판에 해주시면 됩니다. ㅎㅎ
- 설명이 부족하다 싶으면 해당 유형의 칼럼참고하시면 됩니다.