2015학년도 수능대비
6월 모의평가 분석

B형

유사 및 심화 문제

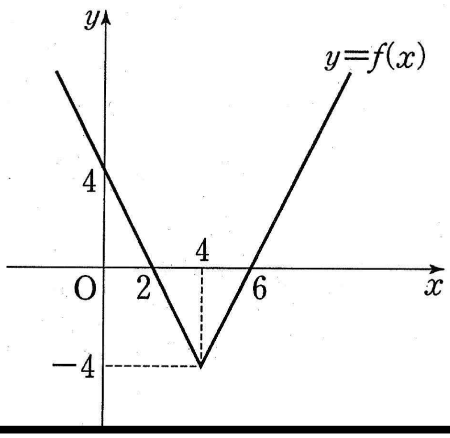
2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_14번

14. 함수 $f(x)=2|x-4|-4$ 에 대하여 부등식

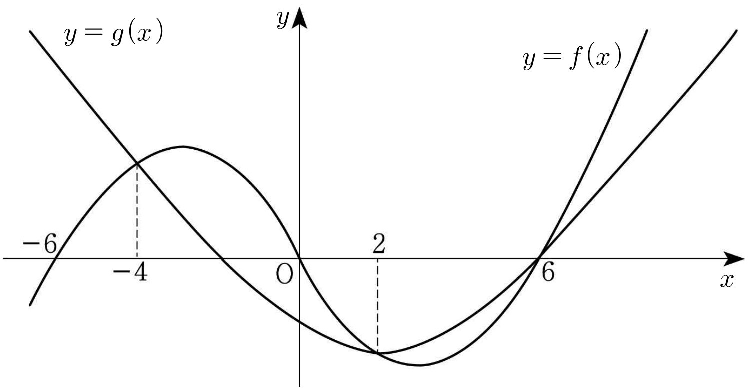
$$\frac{x-3}{f(x)} \geq 1$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [4점]

① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

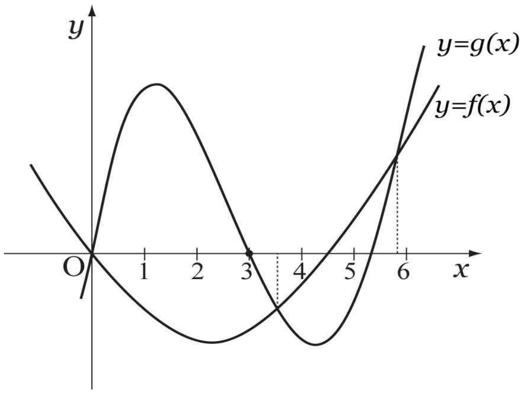


1. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 이차함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 세 점에서 만나고 그 교점의 x 좌표는 -4, 2, 6 이다. 부등식 $\frac{g(x)}{f(x)} \geq 1$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 개수는? (단, $f(-6)=f(0)=f(6)=0$)



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

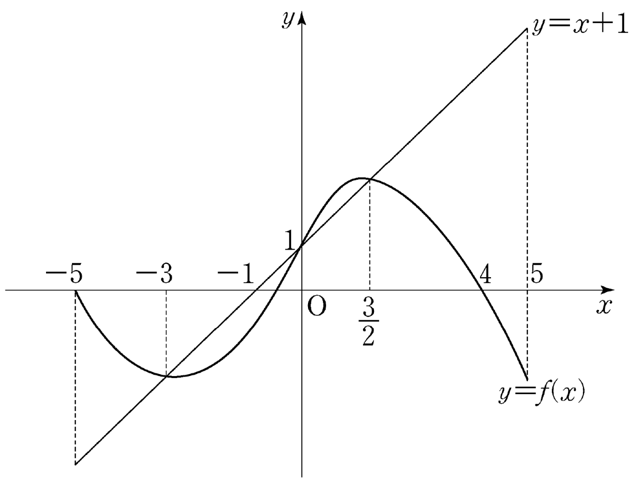
2. 그림은 이차함수 $y=f(x)$와 삼차함수 $y=g(x)$의 그래프이다. $x>0$일 때 부등식 $\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}^2-\frac{g(x)}{f(x)} \geqq 0$을 만족하는 모든 정수해의 곱을 구하시오.



3. 닫힌구간 $[-5,\ 5]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$와 $y=x+1$의 그래프가 그림과 같을 때, 부등식

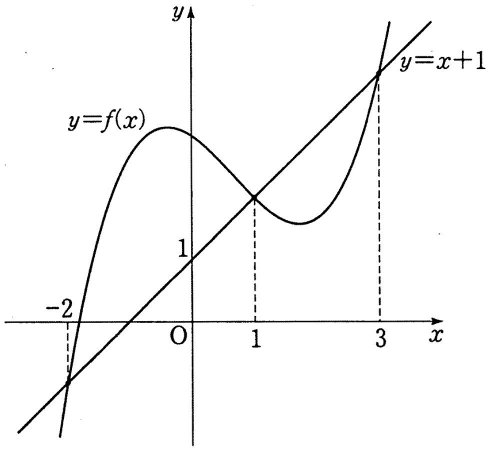
$$\frac{1}{x}-\frac{1}{f(x)} \geq \frac{1}{xf(x)}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수는?



① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

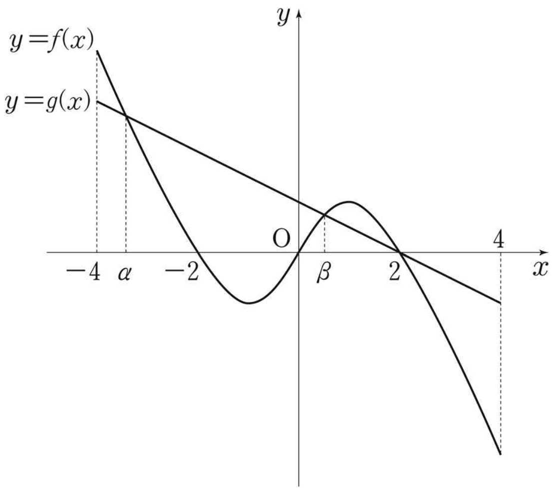
4. 그림과 같이 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x+1$은 세 점에서 만나고 그 교점의 x좌표는 -2, 1, 3이다. 부등식 $\dfrac{x}{f(2x)-1} \ge \dfrac{1}{2}$을 만족시키는 실수 x의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M+m$의 값은?



① -1　　② $-\dfrac{1}{2}$　　③ $\dfrac{1}{2}$

④ 1　　⑤ $\dfrac{3}{2}$

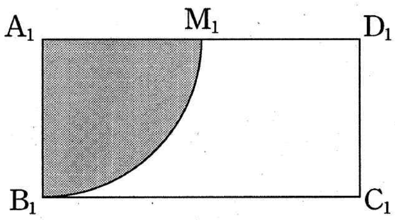
5. 그림과 같이 닫힌구간 $[-4, 4]$에서 정의된 함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=-\dfrac{1}{2}x+1$의 그래프가 세 점에서 만나고 그 세 점의 x좌표는 α, β, 2이다. 부등식 $\dfrac{g(x)}{f(x)} \le 1$을 만족시키는 정수 x의 개수는? (단, $-4<\alpha<-3$, $0<\beta<1$)



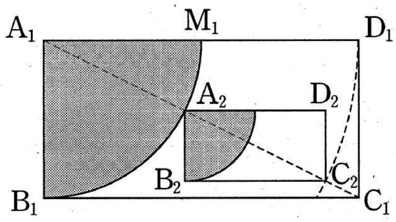
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_15번

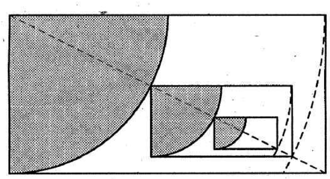
15. 그림과 같이 $\overline{A_1D_1}=2$, $\overline{A_1B_1}=1$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분 A_1D_1 의 중점을 M_1 이라 하자. 중심이 A_1, 반지름의 길이가 $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 부채꼴 $A_1B_1M_1$ 의 호 B_1M_1 이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 A_2 라 하고, 중심이 A_1, 반지름의 길이가 $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분 A_1C_1 과 만나는 점을 C_2 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2 : 1 이고 가로가 선분 A_1D_1 과 평행한 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



R_1



R_2

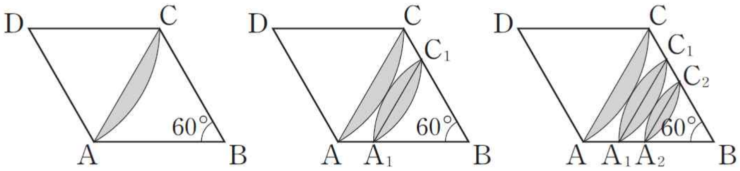

R_3

…

…

① $\frac{5}{16}\pi$ ② $\frac{11}{32}\pi$ ③ $\frac{3}{8}\pi$ ④ $\frac{13}{32}\pi$ ⑤ $\frac{7}{16}\pi$

1. 한 변의 길이가 1 이고, $\angle ABC = 60^\circ$ 인 마름모 ABCD 가 있다. [그림 1]과 같이 점 D 를 중심으로 하고 선분 DC 를 반지름으로 하는 부채꼴 DAC 의 호 $\overset{\frown}{AC}$ 와 선분 AC 로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1 이라. 하자. [그림 2]와 같이 점 B 를 중심으로 하고 호 $\overset{\frown}{AC}$ 와 접하는 부채꼴 BA_1C_1 의 호 $\overset{\frown}{A_1C_1}$ 과 호 $\overset{\frown}{A_1C_1}$ 을 직선 A_1C_1 에 대칭이동한 호로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2 라 하자. [그림 3]과 같이 점 B 를 중심으로 하고 호 $\overset{\frown}{A_1C_1}$ 과 접하는 부채꼴 BA_2C_2 의 호 $\overset{\frown}{A_2C_2}$ 와 호 $\overset{\frown}{A_2C_2}$ 를 직선 A_2C_2 에 대칭이동한 호로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_3 이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 도형의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값을 S_1 을 이용하여 나타낸 것은?

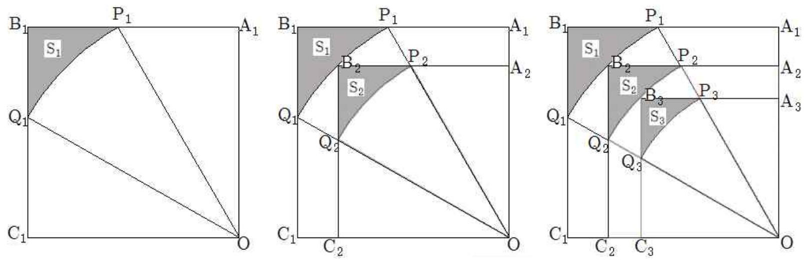


[그림 1] [그림 2] [그림 3]

① $\left(-1+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)S_1$ ② $\left(1+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)S_1$ ③ $\left(1+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)S_1$

④ $\left(2+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)S_1$ ⑤ $\left(2+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)S_1$

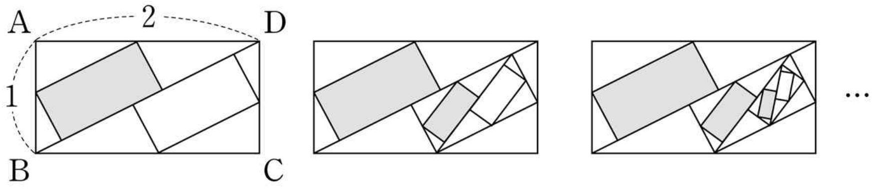
2. 그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 에서 $\angle O$ 의 3등분선이 $\overline{A_1B_1}$, $\overline{B_1C_1}$ 과 만나는 점을 각각 P_1, Q_1 이라 하자. 점 O 가 중심이고 $\overline{OP_1}$ 을 반지름으로 하는 부채꼴 OP_1Q_1 을 그린다. [그림1]에서 도형 $B_1Q_1P_1$ 의 넓이를 S_1 이라 하자. 호 P_1Q_1 의 중점 B_2, $\overline{OA_1} /\!/ \overline{C_2B_2}$ 인 $\overline{OC_1}$ 위의 점 C_2, $\overline{OC_1} /\!/ \overline{A_2B_2}$ 인 $\overline{OA_1}$ 위의 점 A_2, 점 O를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그린다. $\overline{OP_1}$ 과 $\overline{A_2B_2}$ 가 만나는 점을 P_2, $\overline{OQ_1}$ 과 $\overline{B_2C_2}$ 가 만나는 점을 Q_2 라 하자. 점 O 가 중심이고 $\overline{OP_2}$ 를 반지름으로 하는 부채꼴 OP_2Q_2 를 그린다. [그림2]에서 도형 $B_2Q_2P_2$ 의 넓이를 S_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 합은?



[그림1] [그림2] [그림3] …

① $-3+\pi$ ② $4-\pi$ ③ $\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$ ④ $3-\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$ ⑤ $4-\sqrt{3}-\frac{\pi}{2}$

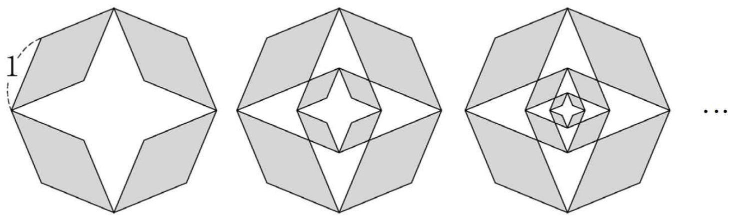
3. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$이다. 그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1 : 2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은?



R_1 R_2 R_3

① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

4. 그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정팔각형의 이웃한 두 변을 변으로 하는 4 개의 평행사변형을 서로 겹치지 않게 그리고, 이 평행사변형 4 개를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1 에 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4 개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 4 개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻는 그림을 R_2 라 하자.
그림 R_2 에 가장 작은 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4 개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 4 개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻는 그림을 R_3 이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?



R_1 R_2 R_3 …

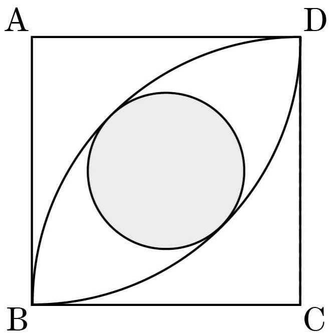
① $2+\sqrt{2}$ ② $1+2\sqrt{2}$ ③ $3+\sqrt{2}$ ④ $1+3\sqrt{2}$ ⑤ $4+\sqrt{2}$

5. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD 안에 꼭짓점 A, C를 중심으로 하고 선분 AB, CD를 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 두 사분원의 호로 둘러싸인 부분에 내접 하는 가장 큰 원을 그리고, 그 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

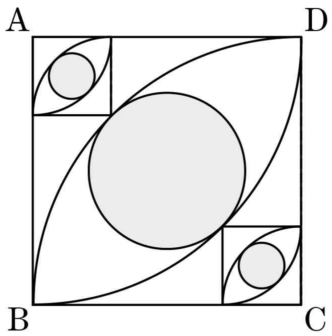
그림 R_1에서 두 꼭짓점 A, C로부터 두 사분원의 호와 원이 접하는 두 점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 2개의 정사각형 안에 그림 R_1에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 2개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

그림 R_2에 있는 작은 두 정사각형에서 두 꼭짓점으로부터 사분원과 원의 접점 중 가까운 점까지의 선분을 대각선으로 하는 정사각형을 각각 그린다. 이 4개의 정사각형 안에 그림 R_1에서 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 4개의 원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_3이라 하자.

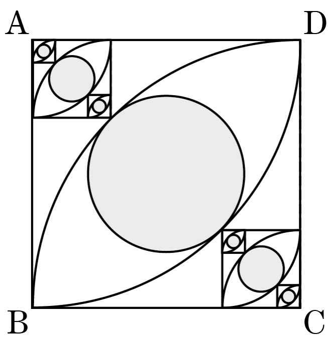
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에서 색칠된 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은?



R_1



R_2



R_3

…

① $(3-2\sqrt{2})\pi$ ② $(2-\sqrt{3})\pi$ ③ $(\sqrt{2}-1)\pi$ ④ $(4-2\sqrt{3})\pi$ ⑤ $(2-\sqrt{2})\pi$

6. 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 8, 4 인 마름모 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

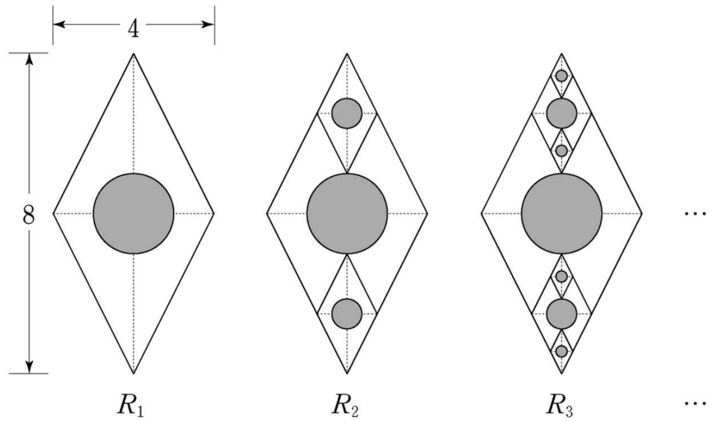
그림 R_1 에 있는 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 2 개 그린다.

새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2 라 하자.

그림 R_2 에 있는 작은 두 마름모에 긴 대각선의 양 끝점으로부터 그 대각선과 원의 두 교점 중 가까운 점까지의 선분을 각각 긴 대각선으로 하고, 마름모의 이웃하는 두 변 위에 짧은 대각선의 양 끝점이 놓이도록 마름모를 4 개 그린다.

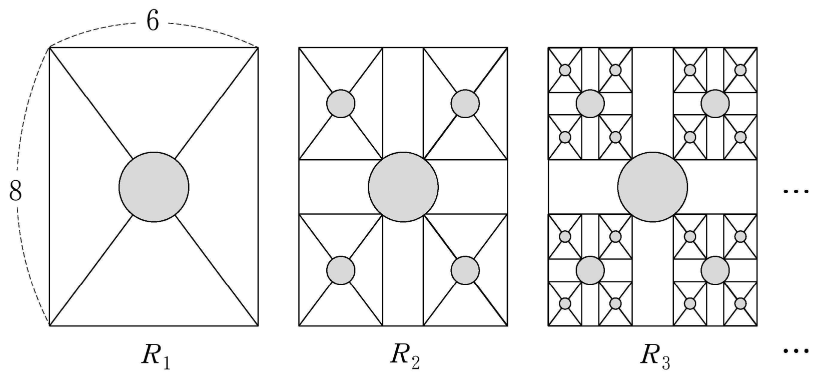
새로 그려진 각 마름모에서, 두 대각선의 교점을 중심으로 하고 짧은 대각선의 길이의 $\frac{1}{2}$ 을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3 이라 하자.

이와 같은 방법으로 n 번째 얻은 그림 R_n 에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은?



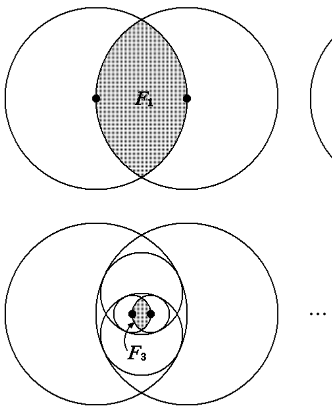
① $\frac{16}{13}\pi$ ② $\frac{32}{25}\pi$ ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{32}{23}\pi$ ⑤ $\frac{16}{11}\pi$

7. 아래와 같이 가로의 길이가 6이고 세로의 길이가 8인 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 직사각형의 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_2라 하자. 그림 R_2에 있는 합동인 4개의 직사각형 각각에서 각 꼭짓점으로부터 대각선과 원의 교점까지의 선분을 각각 대각선으로 하는 4개의 직사각형을 그린 후, 새로 그려진 직사각형 내부에 두 대각선의 교점을 중심으로 하고, 새로 그려진 직사각형 가로 길이의 $\frac{1}{3}$을 지름으로 하는 원을 그려서 얻은 그림을 R_3이라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$의 값은?(단, 모든 직사각형의 가로와 세로는 각각 서로 평행하다.)



① $\frac{37}{9}\pi$ ② $\frac{34}{9}\pi$ ③ $\frac{31}{9}\pi$ ④ $\frac{28}{9}\pi$ ⑤ $\frac{25}{9}\pi$

8. 그림과 같이 반지름의 길이가 3인 두 원을 서로의 중심을 지나도록 그렸을 때, 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_1이라 하자.
F_1의 내부에 반지름의 길이가 같고 서로의 중심을 지나는 두 원을 F_1과 접하면서 반지름의 길이가 최대가 되도록 그렸을 때, 그려진 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_2라 하자.
F_2의 내부에 반지름의 길이가 같고 서로의 중심을 지나는 두 원을 F_2와 접하면서 반지름의 길이가 최대가 되도록 그렸을 때, 그려진 두 원의 내부에서 겹친 부분이 나타내는 도형을 F_3이라 하자.

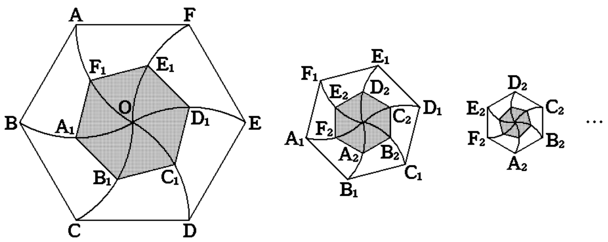


이와 같은 방법으로 계속하여 도형 F_n을 그려 나갈 때, F_n의 둘레의 길이를 l_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$의 값은?

① $2\pi(1+\sqrt{7})$ ② $\frac{8\pi}{3}(1+\sqrt{7})$ ③ $\frac{4\pi}{3}(2+\sqrt{7})$

④ $2\pi(2+\sqrt{7})$ ⑤ $\frac{5\pi}{3}(2+\sqrt{7})$

9. 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 길이가 2인 대각선의 교점을 O라 하자. 그림과 같이 꼭짓점 A, B, C, D, E, F를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1이라 하자.
정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$에서 꼭짓점 A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1을 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2라 하자.
정육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$에서 꼭짓점 A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2를 중심으로 하여 점 O를 시계 방향으로 60°만큼 회전시키면서 호를 그린 다음, 이들 호의 길이를 이등분하는 점을 각각 A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3이라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 정육각형 $A_nB_nC_nD_nE_nF_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은?



① $\frac{7-3\sqrt{3}}{4}$　② $\frac{7-2\sqrt{3}}{4}$　③ $\frac{9-4\sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{9-3\sqrt{3}}{4}$　⑤ $\frac{9-2\sqrt{3}}{4}$

2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_16번

16. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2 = -A,\quad A^2 + B^2 = A + E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $A^3 = A$

ㄴ. $AB^2 = B^2A$

ㄷ. B의 역행렬이 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1. 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 $A^2 = A$이고 $B = -A$ 일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $A^3 = A$

ㄴ. $B^2 = -B$

ㄷ. $A + 3E$는 역행렬을 갖는다. (단, E는 단위행렬이다.)

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄴ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

2. 두 이차정사각행렬 A, B가 $A + BA = 2E$, $AB + BA = -A + B$를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?(단, E는 단위행렬이다.)

[보 기]

ㄱ. A^{-1}이 존재한다.

ㄴ. $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

ㄷ. $A + B = 4E$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 두 이차정사각행렬 A, B는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $BA+B=E$
(나) $A^2B=A+E$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.)

[보 기]

ㄱ. 행렬 B의 역행렬이 존재한다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 세 이차정사각행렬 A, B, C가 $(AB)^2=A^2B^2$, $BA=AC$를 만족시킬 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $B^2A=AC^2$
ㄴ. B의 역행렬이 존재하면 $A^2B=A^2C$이다.
ㄷ. AC의 역행렬이 존재하면 $B=C$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 두 이차정사각행렬 A, B가

$$A^2-A=O,\quad A-B=E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?
(단, O는 영행렬이고, E는 단위행렬이다.)

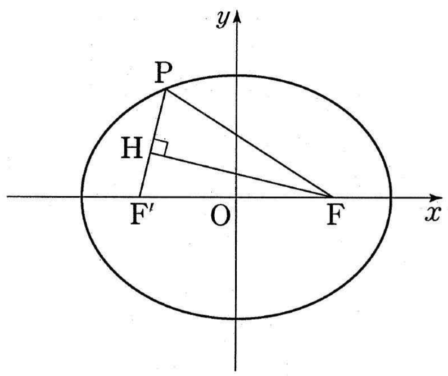
[보 기]

ㄱ. $AB=O$
ㄴ. $A\neq E$이면 A의 역행렬은 존재하지 않는다.
ㄷ. $A+B$의 역행렬이 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

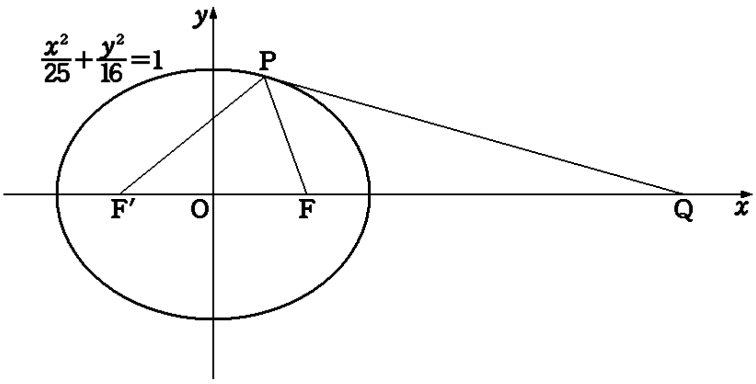
2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_17번

17. 그림과 같이 두 초점 F, F$'$ 이 x 축 위에 있는 타원 $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{a}=1$ 위의 점 P 가 $\overline{\mathrm{FP}}=9$ 를 만족시킨다. 점 F 에서 선분 PF$'$에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{\mathrm{FH}}=6\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

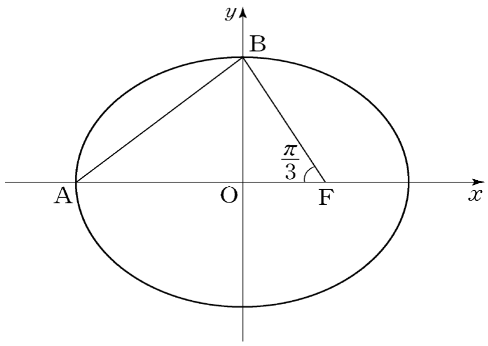


① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

1. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$의 두 초점을 각각 F, F$'$이라 하자. 타원 위의 한 점 P와 x축 위의 한 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{PF}}:\overline{\mathrm{PF'}}=\overline{\mathrm{QF}}:\overline{\mathrm{QF'}}=2:3$일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}^2$의 값을 구하여라.
(단, 점 Q는 타원 외부의 점이다.)

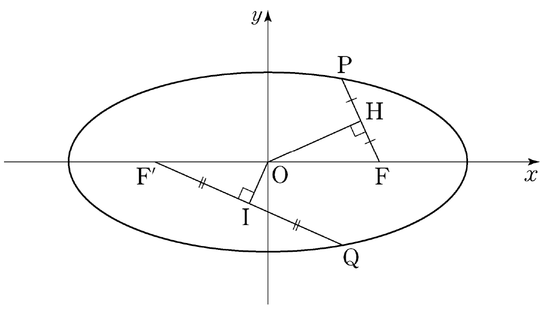


2. 타원 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$의 한 초점을 $F(c,\ 0)\ (c>0)$, 이 타원이 x축과 만나는 점 중에서 x좌표가 음수인 점을 A, y축과 만나는 점 중에서 y좌표가 양수인 점을 B라 하자. $\angle AFB=\dfrac{\pi}{3}$이고 삼각형 AFB의 넓이는 $6\sqrt{3}$일 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 상수이다.)



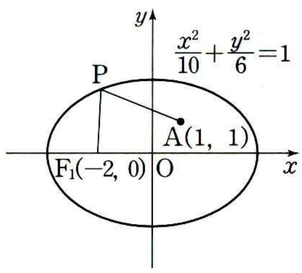
① 22　② 24　③ 26　④ 28　⑤ 30

3. 두 점 $F(5,\ 0)$, $F'(-5,\ 0)$을 초점으로 하는 타원 위의 서로 다른 두 점 P, Q에 대하여 원점 O에서 선분 PF와 선분 QF′에 내린 수선의 발을 각각 H와 I라 하자.
점 H와 점 I가 각각 선분 PF와 선분 QF′의 중점이고, $\overline{OH}\times\overline{OI}=10$일 때, 이 타원의 장축의 길이를 l이라 하자. l^2의 값을 구하시오. (단, $\overline{OH}\neq\overline{OI}$)



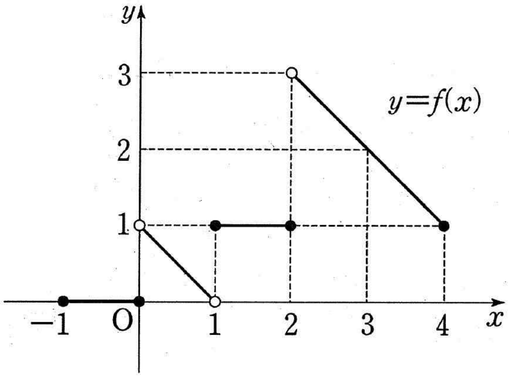
4. 오른쪽 그림과 같이 타원 $\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{6}=1$ 위의 한 점 P와 한 초점 $F_1(-2,\ 0)$, 평면 위의 한 점 $A(1,\ 1)$에 대하여 $\overline{PF_1}+\overline{PA}$의 최솟값은?

① $2\sqrt{10}$　② $2\sqrt{10}-1$　③ $2\sqrt{10}-\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{10}-\sqrt{3}$　⑤ $2\sqrt{10}-2$



2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_18번

18. 닫힌 구간 $[-1,\ 4]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

보기

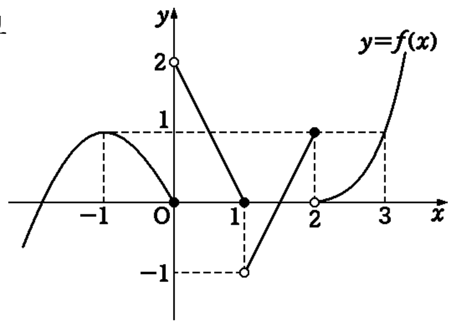
ㄱ. $\lim_{x \to 1-0} f(x) < \lim_{x \to 1+0} f(x)$

ㄴ. $\lim_{t \to \infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = 1$

ㄷ. 함수 $f(f(x))$ 는 $x=3$ 에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다. 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은?



보기

ㄱ. 함수 $f(x-1)$은 $x=0$에서 연속이다.

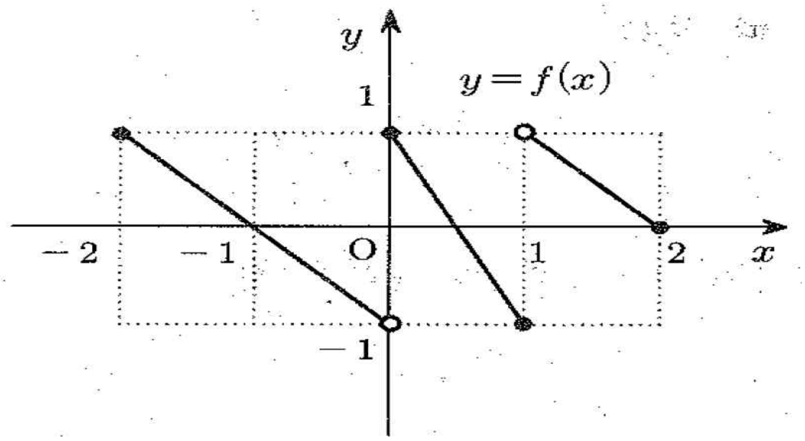
ㄴ. 함수 $f(x)f(-x)$는 $x=1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(f(x))$는 $x=3$에서 불연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. 폐구간 $[-2,\ 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다.



함수 $g(x)=2\cos \pi x$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1} g(f(x))$ 가 존재한다.

ㄴ. 함수 $f(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

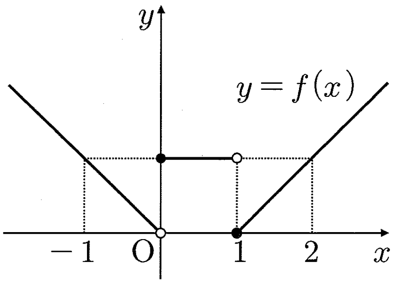
ㄷ. 함수 $f(g(x))$ 는 개구간 $(-2,\ 0)$ 에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

3. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\begin{cases} -x & (x<0) \\ 1 & (0\leqq x<1) \\ x-1 & (x\geqq 1) \end{cases}$$

이고, 그 그래프는 그림과 같다. 이때, 다음의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1} f(x)=0$

ㄴ. $\lim_{x\to 1+0} f(f(x))=1$

ㄷ. $\lim_{x\to 1-0} f(f(x))=0$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

4. 실수 전체 집합에서 정의된 두 함수 f , g 가

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (x > 0) \\ 1 & (x = 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases} \text{ 이고 } \quad g(x) = \sin \pi x$$

일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

[보 기]

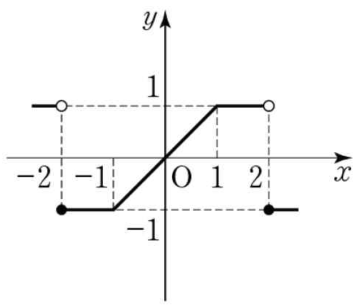
ㄱ. $f(f(x))$는 상수함수이다.

ㄴ. $\lim_{x \to 0} f(g(x))$의 값이 존재한다.

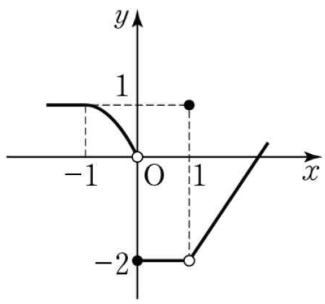
ㄷ. $g(f(x))$는 $x = 0$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

5. 두 함수 $y = f(x)$와 $y = g(x)$의 그래프의 일부가 다음 그림과 같고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4) = f(x)$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



$y = f(x)$



$y = g(x)$

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \to 0} g(f(x)) = -2$

ㄴ. $\lim_{x \to 2} g(f(x)) = 1$

ㄷ. $\lim_{x \to \infty} \sum_{k=1}^{4} g\left(f\left(2k + \frac{1}{x}\right)\right) = -2$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_20번

20. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

> ㈎ $a+b+c=6$
> ㈏ 좌표평면에서 세 점 $(1, a)$, $(2, b)$, $(3, c)$ 가 직선 위에 있지 않다.

① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

1. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오.

> ㈎ $a+b+c=6$
> ㈏ 세 수 a, b, c가 등차수열을 이루지 않는다.

2. 방정식 $x+3y+3z=32$를 만족시키는 자연수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)의 개수를 구하여라.

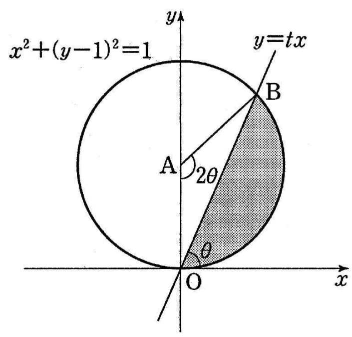
2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_21번

21. 양의 실수 t 에 대하여 좌표평면에서 x, y 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2+(y-1)^2 \le 1 \\ y \le tx \end{cases}$$

가 나타내는 영역의 넓이를 $f(t)$ 라 하자. 다음은 $f'(2)$ 의 값을 구하는 과정이다.

원 $C: x^2+(y-1)^2=1$ 의 중심을 A, 원 C 와 직선 $l: y=tx$ 가 만나는 두 점을 각각 O, B 라 하자. 직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ $\left(0<\theta<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 라 하면



$\angle\mathrm{OAB}=2\theta$ 이다. 주어진 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하면

$$g(x)=\theta-\boxed{(가)}$$

이다. $t=\tan\theta$ 이므로 $g(\theta)=f(t)=f(\tan\theta)$ 이고, 합성함수의 미분법에 의하여

$$g'(\theta)=f'(t)\times\boxed{(나)}$$

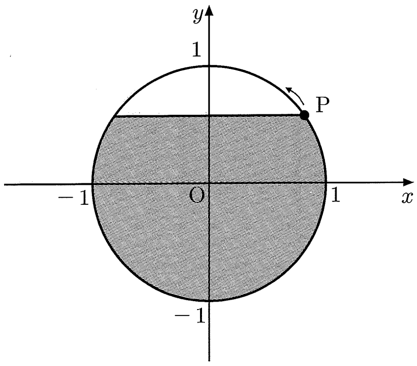
이다.

$t=2$ 일 때, $\tan\theta=2$ 이므로 $f'(2)=\boxed{(다)}$ 이다.

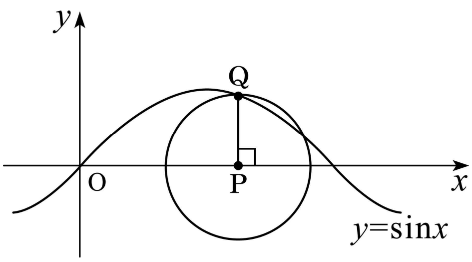
위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $h_1(\theta)$, $h_2(\theta)$ 라 하고 (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $a\times h_1\left(\dfrac{\pi}{4}\right)\times h_2\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ 의 값은? [4점]

① $\dfrac{8}{25}$ ② $\dfrac{2}{5}$ ③ $\dfrac{12}{25}$ ④ $\dfrac{14}{25}$ ⑤ $\dfrac{16}{25}$

1. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$과 $y=tx$가 만나는 두 점 중에서 제1사분면의 점을 P라 하자. 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그을 때, 원과 직선으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 $S(t)$라 하자. $S'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$의 값은 $\frac{b}{a}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 서로소인 자연수이다.)



2. 좌표평면에서 x축 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표가 $(x,\ 0)$ (단, $0<x<\pi$)일 때 $t=\tan x$의 관계를 만족한다. 점 P를 지나고 x축에 수직인 직선이 곡선 $y=\sin x$와 만나는 점을 Q라 할 때, 점 P를 중심으로 하고 선분 PQ를 반지름으로 하는 원의 넓이를 S라 하자. $t=1$인 순간, 넓이 S의 t에 대한 변화율은?



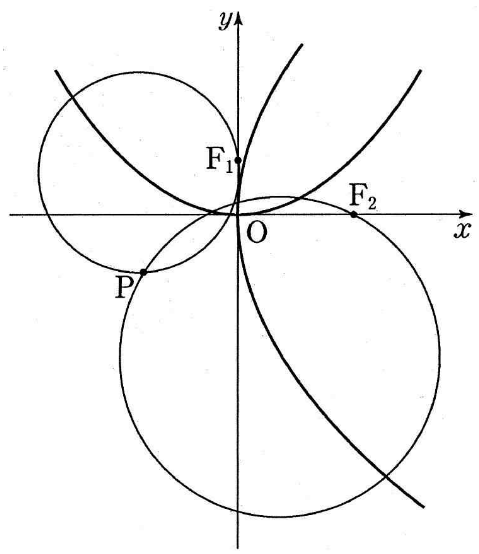
① $-\pi$　　② $-\frac{\pi}{2}$　　③ 0　　④ $\frac{\pi}{2}$　　⑤ π

2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_28번

28. 좌표평면에서 포물선 $C_1 : x^2 = 4y$ 의 초점을 F_1 , 포물선 $C_2 : y^2 = 8x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 점 P 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 중심이 C_1 위에 있고 점 F_1 을 지나는 원과 중심이 C_2 위에 있고 점 F_2 를 지나는 원의 교점이다.
(나) 제 3 사분면에 있는 점이다.

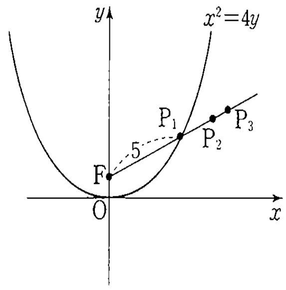
원점 O 에 대하여 $\overline{\mathrm{OP}}^2$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



1. 포물선 $y^2 = 16x$ 위의 점 P에서 원 $(x-4)^2 + y^2 = 4$에 그은 접선의 접점을 Q라 하자. $\overline{PQ} = 4\sqrt{2}$일 때, 점 P의 x좌표는?

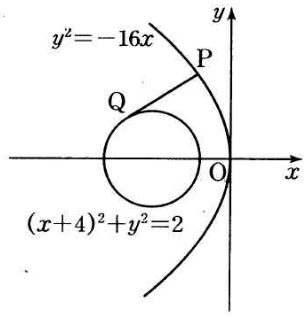
① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

2. 초점이 F인 포물선 $x^2=4y$ 위에 $\overline{\mathrm{FP_1}}=5$인 점 $\mathrm{P_1}$이 있다. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{FP_1}}$의 연장선 위에 $\overline{\mathrm{FP_1}}=2\overline{\mathrm{P_1P_2}}$인 점 $\mathrm{P_2}$를 잡고, $\mathrm{P_3}$부터는 $\overline{\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}}=2\overline{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n}$ $(n\ge 3)$이 되도록 $\overline{\mathrm{FP_1}}$의 연장선 위에 계속하여 점 $\mathrm{P}_n(x_n, y_n)$을 잡을 때, $\lim_{n\to\infty}(x_n+y_n)$의 값은?



① 13 ② 14 ③ 15
④ 16 ⑤ 17

3. 그림과 같이 포물선 $y^2=-16x$ 위의 동점 P에서 원 $(x+4)^2+y^2=2$에 그은 한 접선의 접점을 Q라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

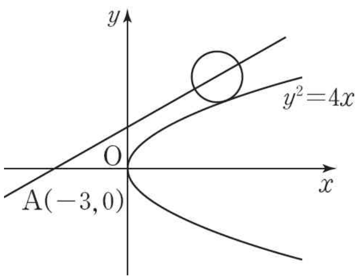


<보기>

ㄱ. 포물선의 초점과 원의 중심은 일치한다.
ㄴ. 점 $(-4, 8)$에서 포물선의 준선까지의 거리는 6이다.
ㄷ. 점 P가 원점 O에 있을 때, 선분 PQ의 길이는 최소이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 원이 포물선 $y^2=4x$와 접하면서 움직일 때, 이 원의 중심과 점 $\mathrm{A}(-3, 0)$을 지나는 직선의 기울기의 최댓값은?

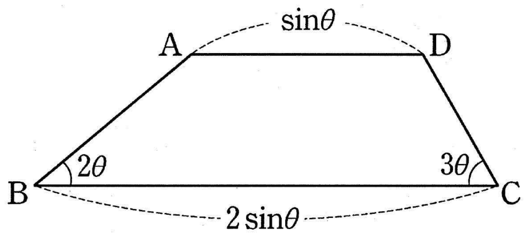


① $\frac{\sqrt{7}}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

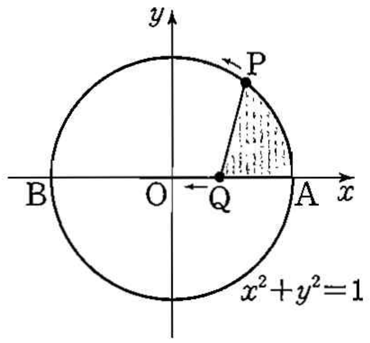
2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_29번

29. 그림과 같이 사다리꼴 ABCD 에서 변 AD 와 변 BC 가 평행하고 $\angle \mathrm{B} = 2\theta$, $\angle \mathrm{C} = 3\theta$, $\overline{\mathrm{BC}} = 2\sin\theta$, $\overline{\mathrm{AD}} = \sin\theta$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

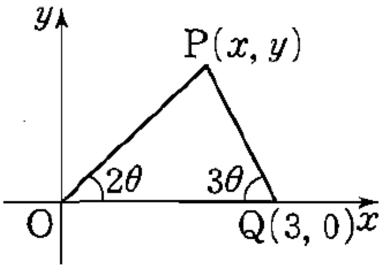


1. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P 는 점 $A(1,\ 0)$ 에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{2}$ 의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q 는 점 A 에서 출발하여 점 $B(-1,\ 0)$ 을 향하여 매초 1 의 일정한 속력으로 x 축 위를 움직이고 있다. 점 P 와 점 Q 가 동시에 점 A 에서 출발하여 t 초가 되는 순간, 선분 PQ , 선분 QA , 호 AP 로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S 라 하자. 출발한 지 1 초가 되는 순간, 넓이 S 의 시간(초)에 대한 변화율은?



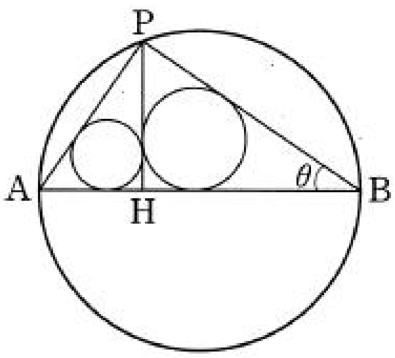
① $\frac{\pi}{4}-1$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\pi}{4}+1$

2. 다음 그림과 같이 제 1사분면 위의 점 $P(x, y)$와 두 점 $O(0, 0)$, $Q(3, 0)$에 대하여 $\angle POQ = 2\theta$, $\angle OQP = 3\theta$라 하자.



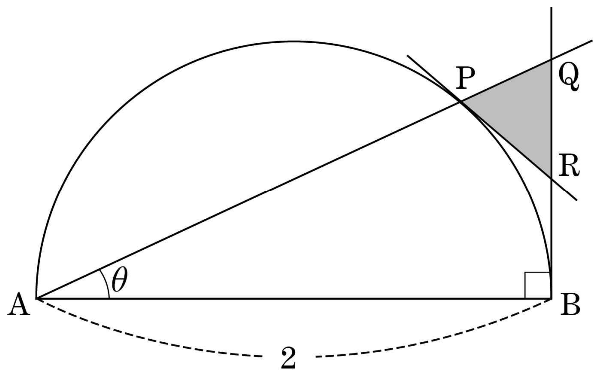
θ가 0에 한없이 가까워질 때, 점 P의 x좌표는 $\frac{n}{m}$에 한없이 가까워진다. 이 때, 서로소인 두 자연수 m, n의 합 $m+n$의 값을 구하시오.

3. 그림과 같이 지름이 $\overline{AB}$이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. 두 삼각형 APH와 BPH에 내접하는 원의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하고, 호 AP의 길이를 l이라 할 때, $\angle ABP = \theta$에 대하여 $\lim_{\theta \to +0} \frac{l^2 S_2}{S_1}$의 값은?



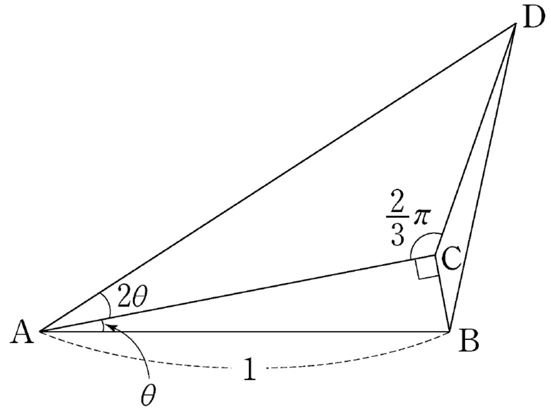
① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

4. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 P가 있다. 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 Q라 하고, 점 P에서 이 반원에 접하는 직선과 선분 BQ가 만나는 점을 R라 하자. $\angle PAB = \theta$라 하고 삼각형 PRQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$이다.)



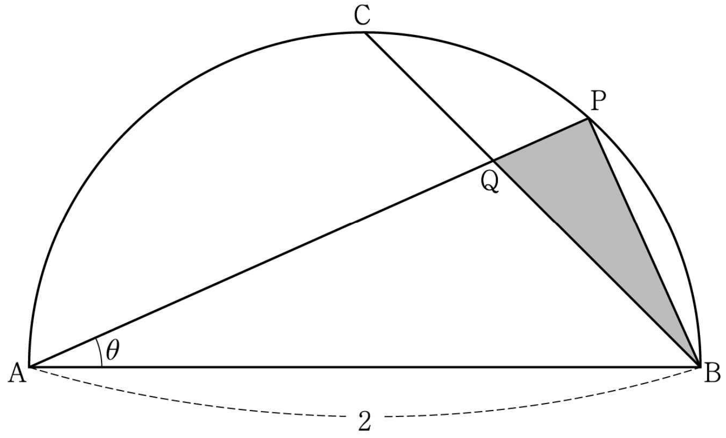
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ 2

5. 그림과 같이 길이가 1 인 선분 AB를 빗변으로 하고 $\angle BAC = \theta$ $\left(0 < \theta < \frac{\pi}{6}\right)$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여 점 D를 $\angle ACD = \frac{2}{3}\pi$, $\angle CAD = 2\theta$가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다. $300p^2$ 의 값을 구하시오. (단, 네 점 A, B, C, D는 한 평면 위에 있다.)



6. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 C를 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$가 되도록 잡는다. 호 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 AP와 선분 BC가 만나는 점을 Q라 하고, $\angle PAB=\theta$라 하자. 삼각형 BPQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^2}$의 값은?

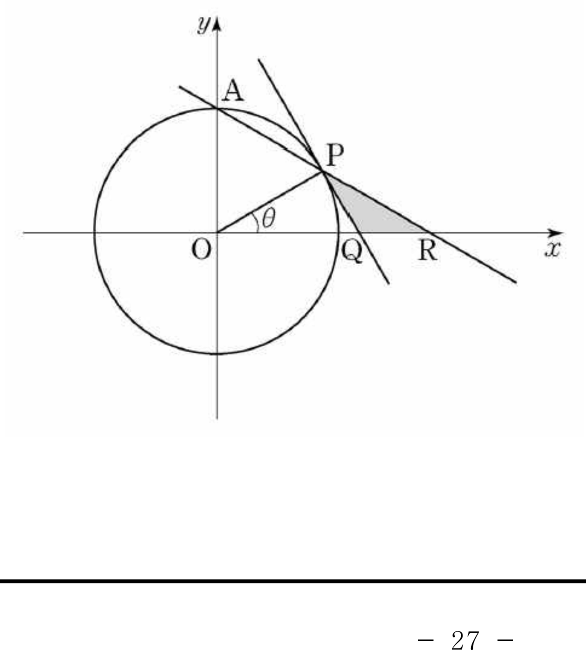
$\left(단,\ 0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$



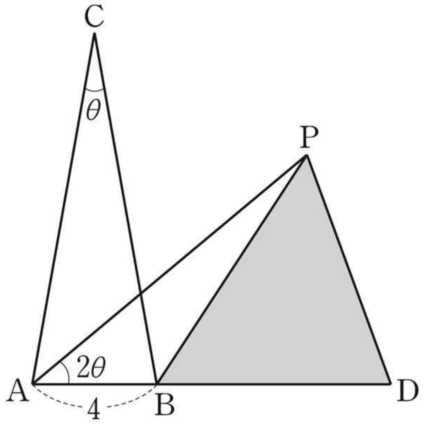
① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

7. 좌표평면에서 중심이 원점 O이고 반지름의 길이가 1인 원 위의 점 P에서의 접선이 x축과 만나는 점을 Q, 점 $A(0,1)$과 점 P를 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 R라 하자. $\angle QOP=\theta$라 하고 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$라고 하자. $\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^2}=\alpha$일 때, 100α의 값을 구하시오.

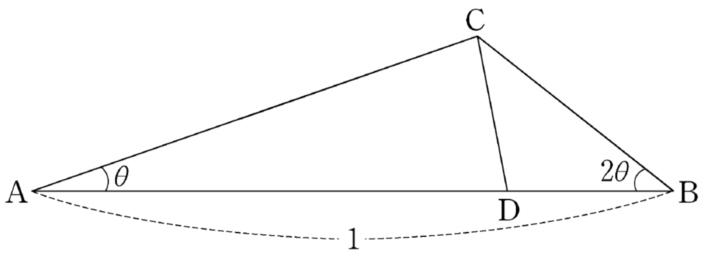
(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



8. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고, $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle ACB=\theta$인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 점 D를 잡고, $\overline{AC}=\overline{AP}$이고 $\angle PAB=2\theta$인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to +0}(\theta \times S(\theta))$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$)



9. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=1$이고 $\angle A=\theta$, $\angle B=2\theta$이다. 변 AB 위의 점 D를 $\angle ACD=2\angle BCD$가 되도록 잡는다. $\lim_{\theta \to +0}\frac{\overline{CD}}{\theta}=a$일 때, $27a^2$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$)



2015년 대학수학능력시험 대비 6월 평가원_30번

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$ 이다.
(나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n, 8n)$,
점 $(4n+1,\ 8n+2)$, 점 $(4n+2,\ 8n+5)$, 점 $(4n+3,\ 8n+7)$ 을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌 구간 $[2k,\ 2k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$ 라 할 때, $6a$ 의 값을 구하시오. [4점]

1. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \leqq 3) \\ -\frac{1}{2}(x-a)^2+b & (x>3) \end{cases}$ 이 모든 실수에서 미분가능할 때, $y=f(x)$와 $y=3x$로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합 S에 대하여 $4S$의 값을 구하시오.

2. 함수 $f(x)=x+\cos x+\frac{\pi}{4}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=|f(x)-k|$ (k는 $0<k<\pi$인 상수)

라 하자. 함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때 $y=g(x)$와 x축 및 $x=0, x=\pi$로 둘러싸인 부분의 넓이 S가 $\frac{1}{p}\pi^2-q$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.

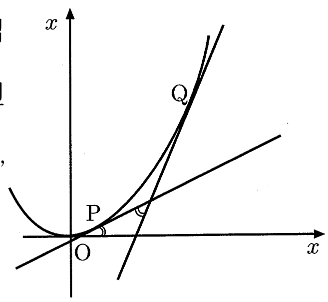
3. 함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2$ $(a>0)$과 실수 t에 대하여, $x \leqq t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때 $\int_{-2}^{3} g(t)dt$의 최댓값을 M이라 할 때 $5M$의 값을 구하시오.

4. 삼차함수 $f(x)=x^3+3x^2-9x$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<a) \\ m-f(x) & (a \le x < b) \\ n+f(x) & (x \ge b) \end{cases}$$

로 정의한다. 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 미분 가능할 때 $\int_{-3}^{1} g(x)dx$의 값을 구하시오.

5. 곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$ 위의 두 점 $\mathrm{P}\left(\sqrt{2},\ \frac{1}{2}\right)$, $\mathrm{Q}\left(a,\ \frac{a^2}{4}\right)$에서의 두 접선과 x축으로 둘러싸인 삼각형이 이등변삼각형일 때, 곡선과 두 접선으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{k}{8}\sqrt{2}$이다. k의 값을 구하시오. (단, $a>\sqrt{2}$)



6. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$ 이다.
(나) 모든 정수 n 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 점 $(4n,\ 8n)$, 점 $(4n+1,\ 8n+3)$, 점 $(4n+2,\ 8n+6)$, 점 $(4n+3,\ 8n+7)$ 을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k 에 대하여 닫힌구간 $[2k,\ 2k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 그래프는 각각 삼차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_{3}^{6} f(x)dx = S$라 할 때, $6S$의 값을 구하시오.

7. 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x < 1$일 때, $f(x)=e^{x}-1$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+1)=-f(x)+e-1$이다.

$\int_{0}^{3} f(x)\,dx$의 값은?

① $2e-3$ ② $2e-1$ ③ $2e+1$ ④ $2e+3$ ⑤ $2e+5$

6월 모의평가시험 유사 및 심화문제_정답

14번	1	2	3	4	5
③	③	10	②	③	⑤

15번	1	2	3	4	5	6	7	8	9
①	③	④	④	①	③	④	⑤	①	④

16번	1	2	3	4	5
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤

17번	1	2	3	4
②	192	④	180	③

18번	1	2	3	4	5
③	③	①	⑤	②	④

20번	1	2
⑤	15	45

21번	1	2
①	17	④

28번	1	2	3	4
5	③	③	③	⑤

29번	1	2	3	4	5	6	7	8	9
14	④	14	⑤	③	100	④	50	16	16

30번	1	2	3	4	5	6	7
167	90	6	37	172	9	176	①

B형 14번 ③

해설

(1) $x \geq 4$ 일 때,

$\dfrac{x-3}{2x-12} \geq 1 \Rightarrow \dfrac{-x+9}{2x-12} \geq 0$ 이므로 $6 < x \leq 9$

따라서 $6 < x \leq 9$ 이므로 조건을 만족시키는 자연수 x의 값은 7, 8, 9 이다.

(2) $x < 4$ 일 때,

$\dfrac{x-3}{-2x+4} \geq 1 \Rightarrow \dfrac{3x-7}{-2x+4} \geq 0$ 이므로 $2 < x \leq \dfrac{7}{3}$

따라서 $2 < x \leq \dfrac{7}{3}$ 이므로 조건을 만족시키는 자연수 x의 값은 존재하지 않는다.

(1)과 (2)에 의해 조건을 만족시키는 자연수 x의 값은 7, 8, 9 이고 합은 24 이다.

B형 14번-1 ③

해설

$\dfrac{g(x)}{f(x)} \geq 1$ 에서 $f(x)g(x) \geq \{f(x)\}^2$이고 $f(x) \neq 0$

즉, $f(x)\{f(x)-g(x)\} \leq 0$이고 $f(x) \neq 0$

i) $f(x) > 0$이고 $f(x) \leq g(x)$인 경우

$f(x) > 0$이면 $-6 < x < 0$ 또는 $x > 6$

$f(x) \leq g(x)$이면 $x \leq -4$ 또는 $2 \leq x \leq 6$

$\therefore\ -6 < x \leq -4$

ii) $f(x) < 0$이고 $f(x) \geq g(x)$인 경우

$f(x) < 0$이면 $x < -6$ 또는 $0 < x < 6$

$f(x) \geq g(x)$이면 $-4 \leq x \leq 2$ 또는 $x \geq 6$

$\therefore\ 0 < x \leq 2$

따라서 구하는 정수는 -5, -4, 1, 2의 4개이다.

B형 14번-2 10

해설

$\{f(x)\}^4 - \{g(x)\}^3 f(x) \geq 0$ (단, $f(x) \neq 0$, $g(x) \neq 0$)

$f(x)\{f(x)-g(x)\} \geqq 0$이므로

1) $f(x) > 0$이면 $f(x) \geqq g(x)$ $\therefore$ 해는 5

2) $f(x) < 0$이면 $f(x) \leqq g(x)$ $\therefore$ 해는 1, 2, 3

3은 무연근이므로 모든 근들의 곱은 10

B형 14번-3 ②

해설

$\frac{1}{x}-\frac{1}{f(x)} \geq \frac{1}{xf(x)}$ 에서 $\frac{f(x)-x}{xf(x)} \geq \frac{1}{xf(x)}$

$\therefore\ \{f(x)-x-1\}x \cdot f(x) \geq 0$ (단, $x \neq 0,\ f(x) \neq 0$)

(i) $x \cdot f(x) > 0,\ f(x) \geq x+1$ 일 때

$f(x)=0$ 의 근 중 -1 과 0 사이의 근을 α 라 하면 $xf(x)>0$ 에서

$-5 < x < \alpha,\ 0 < x < 4$

$f(x) \geq x+1$ 에서

$-5 \leq x \leq -3,\ 0 \leq x \leq \frac{3}{2}$

따라서, 두 부등식의 교집합은

$$-5 < x \leq -3,\ 0 < x \leq \frac{3}{2}$$

이고, 정수해는 $-4,\ -3,\ 1$ 의 3(개)이다.

(ii) $x \cdot f(x) < 0,\ f(x) \leq x+1$ 일 때

$x \cdot f(x) < 0$ 에서 $\alpha < x < 0,\ 4 < x \leq 5$

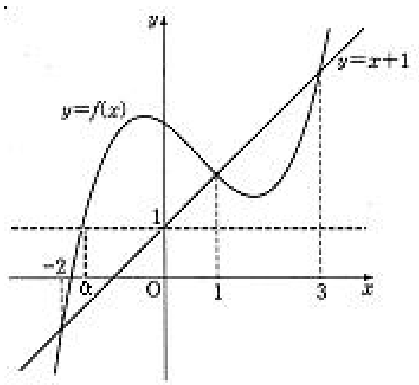
$f(x) \leq x+1$ 에서 $-3 \leq x \leq 0,\ \frac{3}{2} \leq x \leq 5$

따라서, 두 부등식의 교집합은 $\alpha < x < 0,\ 4 < x \leq 5$ 이고 정수해는 $x=5$ 이다.

따라서, (i), (ii)에서 구하는 정수해의 개수는 4 이다.

B형 14번-4 ③

해설



$2x=t$로 치환하면

부등식 $\frac{x}{f(2x)-1} \geq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{t}{f(t-1)-1} \geq 1$

(i) $f_{(t)} > 1$이면

$f(t) \leqq t+1$ 이어야 하므로

주어진 그래프에서 두 조건

을 만족하는 t의 범위는 $1 \leqq t \leqq 3$이다.

(ii) $f_{(t)} < 1$이면 $f_{(t)} \geqq t+1$이어야 하므로

같은 방법으로 t의 범위를 구하면 $-2 \leqq t < \alpha$이다.

$\therefore\ -2 \leqq 2x < \alpha,\ 1 \leqq 2x \leqq 3$

$-1 \leqq x \leqq \frac{\alpha}{2},\ \frac{1}{2} \leqq x \leqq \frac{3}{2}$

$\mathrm{M}=\frac{3}{2},\ m=-1 \quad \therefore\ \mathrm{M}+m=\frac{1}{2}$

B형 14번-5 ⑤

해설

$\frac{g(x)}{f(x)} \leq 1$에서 $\frac{g(x)-f(x)}{f(x)} \leq 0$,

$(f(x))^2$을 양변에 곱하면

$f(x)(g(x)-f(x))\leq 0$ (단, $f(x)\neq 0$)

i) $f(x)>0$인 경우 $f(x)\geq g(x)$인 구간의 정수는 -4, 1

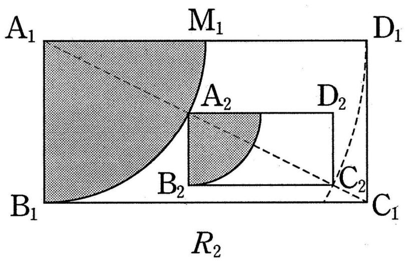
ii) $f(x)<0$인 경우 $f(x)\leq g(x)$인 구간의 정수는 -1, 3, 4

따라서 만족하는 정수 x의 개수는 5개다.

B형 15번 ①

해설

$S_1=\dfrac{\pi}{4}$



$\overline{\mathrm{A_2C_2}}=\overline{\mathrm{A_1C_2}}-1=1$이므로 $\overline{\mathrm{A_2B_2}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$이다.

따라서 닮음인 두 도형의 길이 비는 $\overline{\mathrm{A_1B_1}}:\overline{\mathrm{A_2B_2}}=1:\dfrac{1}{\sqrt{5}}$이므로 넓이 비는 $1:\dfrac{1}{5}$이다.

즉, 공비는 $\dfrac{1}{5}$이다.

$$\therefore \lim_{n\to\infty}S_n=\frac{\frac{\pi}{4}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{5}{16}\pi$$

B형 15번-1 ③

해설

부채꼴 $\mathrm{BA_1C_1}$ 의 반지름의 길이를 r 라 하면 마름모의 대각선 BD의 길이는 $(r+1)$ 이다.

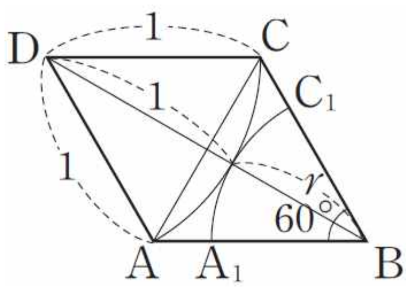
또, 마름모는 두 대각선이 서로 수직이등분하므로

$\overline{\mathrm{BD}}=2\times\overline{\mathrm{AB}}\cos 30^\circ=\sqrt{3}$

$\therefore r=\overline{\mathrm{BD}}-1=\sqrt{3}-1$

즉, 부채꼴 DAC 와 부채꼴 $\mathrm{BA_1C_1}$ 의 닮음비가

$1:(\sqrt{3}-1)$ 이므로



$\dfrac{S_2}{2}=(\sqrt{3}-1)^2S_1$

$\therefore S_2=2(\sqrt{3}-1)^2S_1$

같은 방법으로 $S_3=(\sqrt{3}-1)^2S_2$ 이므로

$S_n=(\sqrt{3}-1)^2S_{n-1}\,(n\geq 3)$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} S_n = S_1 + 2(\sqrt{3}-1)^2 S_1 + 2(\sqrt{3}-1)^4 S_1 + \cdots$$

$$= S_1 + \frac{2(\sqrt{3}-1)^2 S_1}{1-(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$= S_1 + \frac{4\sqrt{3}}{3} S_1$$

$$= \left(1+\frac{4\sqrt{3}}{3}\right) S_1$$

B형 15번-2 ④

해설

$$S_1 = 1 - \frac{1}{2}\times 1 \times \frac{1}{\sqrt{3}} \times 2 - \frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 \times \frac{\pi}{6} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\pi}{9}$$

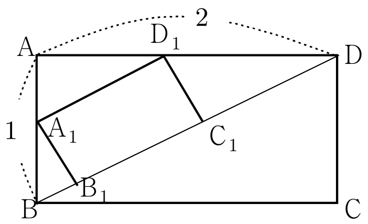
$$r = \frac{(\text{정사각형 } OA_2B_2C_2 \text{대각선})^2}{(\text{정사각형 } OA_1B_1C_1 \text{대각선})^2} = \frac{\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2}{(\sqrt{2})^2} = \frac{2}{3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} s_n = \frac{S_1}{1-r} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\pi}{9}}{1-\frac{2}{3}}$$

$$= 3 - \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$$

B형 15번-3 ④

해설



□$A_1B_1C_1D_1$의 가로와 세로의 비가 2 : 1 이므로 $\overline{A_1D_1} = 2a$, $\overline{D_1C_1} = a$라 하면

△ABD ∽ △AA_1D_1에서 $\overline{AD} = \frac{4\sqrt{5}}{5}a$이고

△ABD ∽ △C_1DD_1에서 $\overline{D_1D} = \sqrt{5}a$이 된다.

$\overline{AD} = 2$에서 $\frac{4\sqrt{5}}{5}a + \sqrt{5}a = 2 \quad \therefore \ a = \frac{2\sqrt{5}}{9}$

$\therefore$ □$A_1B_1C_1D_1 = S_1 = 2a^2 = 2 \cdot \left(\frac{2\sqrt{5}}{9}\right)^2 = \frac{40}{81}$

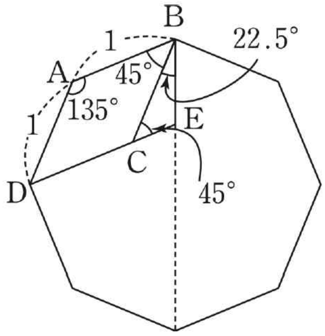
□ABCD 와 □$A_1B_1C_1D_1$는 닮음이고 닮음비는 $1 : \frac{2\sqrt{5}}{9}$ 이므로 넓이비는 $1 : \frac{20}{81}$ 이 되어

수열 $\{S_n\}$ 의 공비는 $\frac{20}{81}$ 이다.

$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{40}{81}}{1-\frac{20}{81}} = \frac{40}{61}$$

B형 15번-4 ①

해설



$\square\text{ABCD} = 1\times1\times\sin135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 에서

$S_1 = 4\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$

$\triangle\text{BCE}$ 에서

$$\frac{\overline{\text{CE}}}{\sin22.5^\circ} = \frac{1}{\sin112.5^\circ}$$

$$\overline{\text{CE}} = \frac{\sin22.5^\circ}{\sin112.5^\circ} = \frac{\sin22.5^\circ}{\cos22.5^\circ} = \tan22.5^\circ$$

한편 $\tan22.5^\circ = x$ 라 하면 $\tan45^\circ = \frac{2x}{1-x^2} = 1$ 에서

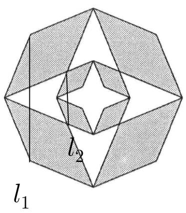
$x = \sqrt{2}-1\ (\because x>0)$

따라서 처음 정팔각형과 R_2에 새로 생긴 정팔각형의 닮음비는 $1:\sqrt{2}-1$이다.

S_n은 첫째항이 $2\sqrt{2}$이고 공비가 $(\sqrt{2}-1)^2$인 등비수열의 합이므로

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2}-1)^2} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = 2+\sqrt{2}$$

[다른 풀이]



$\frac{l_2}{l_1} = \sqrt{\frac{1+1-\sqrt{2}}{1+1+\sqrt{2}}}$ 이므로 넓이의 비는 $\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ 이다.

R_1에서 마름모 한 개의 넓이는 $1\times1\times\sin45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $S_1=2\sqrt{2}$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{2\sqrt{2}}{1-\dfrac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} = 2+\sqrt{2}$$

B형 15번-5 ③

해설

R_1에 있는 원의 반지름의 길이는 $2-\sqrt{2}$ 이므로 $S_1=(2-\sqrt{2})^2\pi$

R_2에 있는 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$\overline{\mathrm{AC}}=2\sqrt{2}x+2(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

$x=2-\sqrt{2}$

R_1에 있는 원과 R_2에 있는 작은 원의 넓이의 비는 $2^2:(2-\sqrt{2})^2=1:\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

따라서 R_n과 R_{n+1}에서 각각 새로 그려지는 두 원의 넓이의 비는 $1:\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$이고 원의 개수의 비는 $1:2$이다.

그러므로 구하는 무한급수의 합은 첫째항이 $S_1=(2-\sqrt{2})^2\pi$ 이고,

공비가 $2\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=3-2\sqrt{2}$ 인 무한등비급수의 합과 같다.

$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{(2-\sqrt{2})^2\pi}{1-(3-2\sqrt{2})} = (\sqrt{2}-1)\pi$$

B형 15번-6 ④

해설

R_1에서 주어진 원의 반지름의 길이가 1이므로 넓이는 π 이고 긴 대각선의 길이는 8이다.

이 때 R_2에서 새로 생긴 마름모의 긴 대각선의 길이가 3이므로 짧은 대각선의 길이는 $\dfrac{3}{2}$ 이다. 따라서 이 마름모 안에 새로 생긴 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{3}{8}$이므로 R_2에 들어 있는 원의 넓이의 합은 $\pi+2\times\left(\dfrac{3}{8}\right)^2\pi$ 이다.

같은 방법으로 R_n에 들어 있는 모든 원의 넓이의 합S_n을 구하면

$$S_n=\pi+2\times\frac{9}{64}\pi+4\times\left(\frac{9}{64}\right)^2\pi+\ \cdots\ +2^{n-1}\times\left(\frac{9}{64}\right)^n\pi \quad = \frac{\pi\left(1-\left(\dfrac{9}{32}\right)^n\right)}{1-\dfrac{9}{32}}$$

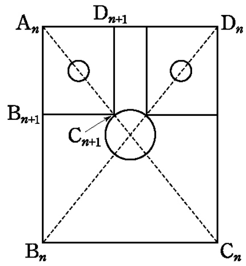
$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\pi}{1-\dfrac{9}{32}} = \frac{32}{23}\pi$$

B형 15번-7 ⑤

해설

□$AB_nC_nD_n$과 □$AB_{n+1}C_{n+1}D_{n+1}$에서

두 사각형은 닮은 도형이고 대각선의 길이의 비가 10 : 4이므로 넓이의 비는 5^2 : 2^2이다.



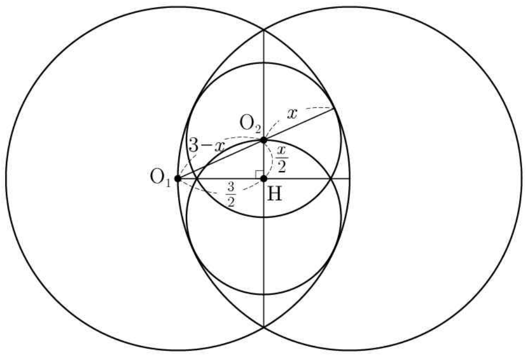
$$\therefore \lim_{n\to\infty} S_n = \pi + 4\times\left(\frac{2}{5}\right)^2\pi + 4^2\left(\frac{2}{5}\right)^4\pi + \cdots$$

$$= \frac{\pi}{1-\frac{16}{25}} = \frac{25}{9}\pi$$

B형 15번-8 ①

해설

도형 F_1의 두 원의 중심을 연결하는 선분과 도형 F_2의 두 원의 중심을 연결하는 선분은 서로 다른 것을 수직이등분한다.



도형 F_2의 반지름의 길이를 x라 하면 위 그림의 직각삼각형 O_1O_2H에서

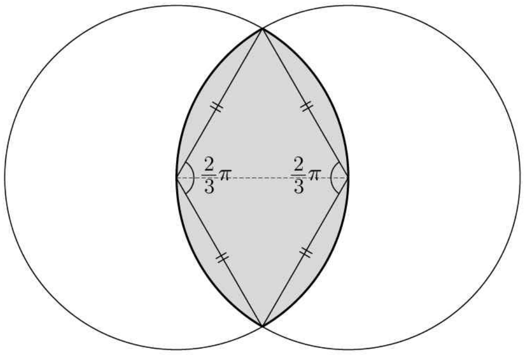
$$(3-x)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$3x^2 - 24x + 27 = 0$$

$$x^2 - 8x + 9 = 0$$

$$\therefore\ x = 4-\sqrt{7}\ \ (\because\ x < 3)$$

따라서 서로 닮음인 도형 F_1과 F_2의 닮음비는 $\frac{4-\sqrt{7}}{3}$이다.



위 그림에서 $l_1 = 2\times\left(3\times\frac{2}{3}\pi\right) = 4\pi$이므로

수열 $\{l_n\}$은 첫째항이 4π이고 공비가 $\frac{4-\sqrt{7}}{3}$인 등비수열이다.

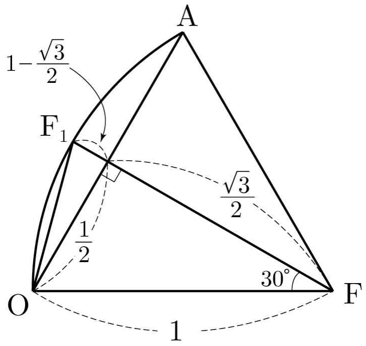
$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} l_n = \frac{4\pi}{1-\frac{4-\sqrt{7}}{3}} = 2\pi(1+\sqrt{7})$$

B형 15번-9 ④

해설

F_1이 호 OA를 이등분하므로

$\overline{OF_1}$은 반지름의 길이가 1이고 중심각이 $30°$인 부채꼴의 현의 길이이다.



위 그림에서

$\overline{OF_1}^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 2-\sqrt{3}$

$\overline{F_1E_1} = \overline{OF_1}$이므로

$S_1 = 6\times\frac{3}{4}\times(2-\sqrt{3}) = \frac{9}{2}(2-\sqrt{3})$이다.

정육각형 ABCDEF에서 정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$를 만드는 과정을 반복하고

정육각형 ABCDEF와 정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$의 넓이의 비가

$\overline{AF}^2 : \overline{A_1F_1}^2 = 1 : 2-\sqrt{3}$이므로

수열 $\{S_n\}$은 공비가 $2-\sqrt{3}$인 등비수열이다.

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{\frac{9}{2}(2-\sqrt{3})}{1-(2-\sqrt{3})} = \frac{9-3\sqrt{3}}{4}$$

B형 16번 ⑤

해설

ㄱ. 주어진 식 $A^2 = -A$의 양변에 A를 곱하여 정리하면 $A^3 = -A^2 = -(-A) = A$이다.

따라서 $A^3 = A$이다. (참)

ㄴ. 주어진 식을 정리해보면

$B^2=2A+E$의 양변에 A를 곱하면

$AB^2=A(2A+E)=(2A+E)A=B^2A$이다.

따라서 $AB^2=B^2A$가 성립한다. (참)

ㄷ. 주어진 식을 정리해보면

$$A^2+A=0 \Leftrightarrow A^2+A+\frac{1}{4}E=\frac{1}{4}E$$

$$\Leftrightarrow\left(A-\frac{1}{2}E\right)^2=\frac{1}{4}E\text{이므로}$$

$A-\frac{1}{2}E$는 역행렬이 존재한다.

이때 B에 관한 식을 정리해보면 $B^2=2A+E=2\left(A+\frac{1}{2}E\right)$이므로 B^2의 역행렬이 존재하므로 B는 역행렬이 존재한다. (참)

B형 16번-1 ⑤

해설

ㄱ. $A^2=A$이므로 $A^3=A^2=A$ $\therefore A^3=A$ $\therefore$ 참

ㄴ. $B=-A$에서 $B^2=A^2$

$A^2=A$이므로 $B^2=A$ $\therefore$ $B^2=-B$ $\therefore$ 참

ㄷ. $A^2-A=O$를 변형하면

$(A+3E)(A-4E)=-12E$

$\therefore$ $(A+3E)^{-1}=-\frac{1}{12}A+\frac{1}{3}E$ $\therefore$ 참

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

B형 16번-2 ⑤

해설

ㄱ. $(E+B)=A=2E$이므로 $A^{-1}=\frac{1}{2}(E+B)$이다. (참)

ㄴ. $(E+B)A=A(E+B)=2E$이므로 $AB=BA$이다.

따라서, $(A+B)(A-B)=A^2-B^2$이다. (참)

ㄷ. $AB=BA$이므로 $2AB=2(2E-A)=-A+B$이다.

따라서, $A+B=4E$이다. (참)

B형 16번-3 ⑤

해설

ㄱ. 조건 (가)에서 $B(A+E)=E$이므로 B의 역행렬은 $A+E$이다. (참)

ㄴ. ㄱ에서 $B^{-1}=A+E$이므로

$$\begin{aligned}AB&=(B^{-1}-E)B\\&=E-B\end{aligned}$$

$= B(B^{-1} - E)$

$= BA$ (참)

ㄷ. $AB = BA$이므로 (나)에서

$A^2B = A(AB) = A(BA)$

$= A(E - B) = A - AB = A + E$

$\therefore AB = -E$

따라서 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

[참고]

$B(A+E) = E$에서 역행렬의 정의에 의해 $(A+E)B = E$가 성립한다.

$\therefore AB = BA$

B형 16번-4 ⑤

해설

ㄱ. $B^2A = B(BA) = B(AC)$ ($\because BA = AC$)

$= (BA)C = (AC)C$ ($\because BA = AC$)

$= AC^2$ (참)

ㄴ. B^{-1}이 존재하면

$(AB)^2 = A^2B^2$에서

$(AB)^2B^{-1} = A^2B^2B^{-1}$

$ABA = A^2B$

$BA = AC$이므로

$ABA = A^2C$

$\therefore A^2B = A^2C$ (참)

[다른 풀이]

$A^2B = (A^2B^2)B^{-1}$

$= (AB)^2B^{-1}$ ($\because (AB)^2 = A^2B^2$)

$= ABA$

$= A(AC)$ ($\because BA = AC$)

$= A^2C$ (참)

ㄷ. 행렬 AC의 역행렬이 존재하고

$BA = AC$이므로 행렬 BA의 역행렬이 존재한다.

따라서 행렬 A, B 각각의 역행렬이 존재한다.

$(AB)^2 = A^2B^2$에서

$A^{-1}(AB)^2B^{-1} = A^{-1}(A^2B^2)B^{-1}$

$\therefore AB = BA$

그런데 $BA = AC$이므로

$AB = AC$이다.

따라서 $A^{-1}(AB) = A^{-1}(AC)$에서

$B=C$이다. (참)

B형 16번-5 ⑤

해설

ㄱ. $A^2-A=O$에서 $A(A-E)=O$ …… ㉠

$A-B=E$에서 $A-E=B$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $AB=O$ (참)

ㄴ. A의 역행렬이 존재한다고 가정하면

$A^2-A=O$에서

$A^{-1}(A^2-A)=A-E=O$이다.

이는 $A\neq E$라는 것에 모순된다.

따라서 A의 역행렬이 존재하지 않는다. (참)

ㄷ. $A-B=E$에서 $A=E-B$

$AB=B-B^2$, $BA=B-B^2$이므로

$AB=BA=O$ (∵ ㄱ)

$\therefore\ (A+B)^2=(A-B)^2=E$

$\therefore\ (A+B)^{-1}=A+B$ (참)

따라서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

[다른 풀이]

ㄷ. $A-B=E$에서 $A+B=2A-E$

$A^2-A=O$에서

$A^2-A+\frac{1}{4}E=\frac{1}{4}E$

$\left(A-\frac{1}{2}E\right)^2=\frac{1}{4}E$

$(2A-E)^2=E$

$\therefore\ (2A-E)^{-1}=2A-E$

따라서 $A+B$의 역행렬이 존재한다. (참)

B형 17번 ②

해설

$\overline{\mathrm{FP}}+\overline{\mathrm{F'P}}=14$, $9+\overline{\mathrm{F'P}}=14$, $\overline{\mathrm{F'P}}=5$

$\triangle FPH$에서 $\overline{\mathrm{FP}}^2-\overline{\mathrm{PH}}^2=\overline{\mathrm{FH}}^2$에서

$9^2-\overline{\mathrm{PH}}^2=(6\sqrt{2})^2$ 에서 $\overline{\mathrm{PH}}=3$

따라서 $\overline{\mathrm{F'H}}=2$

$\overline{\mathrm{FF'}}=2\sqrt{49-\mathrm{a}}$

$\triangle FHF'$ 에서 $\overline{\mathrm{FH}}^2+\overline{\mathrm{F'H}}^2=\overline{\mathrm{FF'}}^2$

$(6\sqrt{2})^2+2^2=(2\sqrt{49-a})^2$

$76=4(49-a)$

$a=30$

B형 17번-1 192

해설

타원의 정의에 의하여

$\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PF'}}=10$이고

$\overline{\mathrm{PF}}:\overline{\mathrm{PF'}}=2:3$이므로

$\overline{\mathrm{PF}}=4,\ \overline{\mathrm{PF'}}=6$이다.

또한, $\overline{\mathrm{QF}}:\overline{\mathrm{QF'}}=2:3$에서

$\overline{\mathrm{F'F}}:\overline{\mathrm{FQ}}=1:2$이고

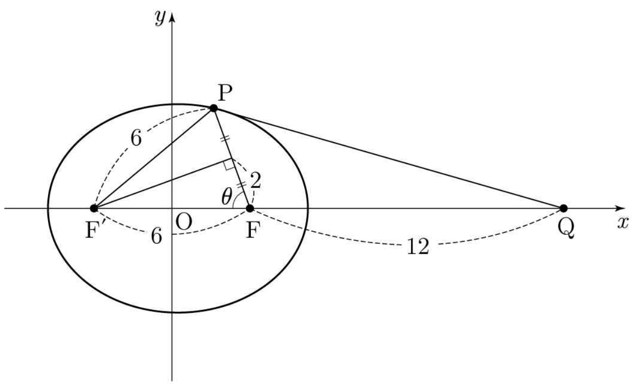
타원의 정의에 의하여

$\overline{\mathrm{F'F}}=2\times\sqrt{25-16}=6$

이므로 $\overline{\mathrm{FQ}}=12$

$\triangle\mathrm{PF'F}$는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{PFF'}=\theta$라 하면 $\cos\theta=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$



삼각형 PFQ에서 코사인정리에 의하여

$\overline{\mathrm{PQ}}^2=\overline{\mathrm{PF}}^2+\overline{\mathrm{FQ}}^2-2\overline{\mathrm{PF}}\cdot\overline{\mathrm{FQ}}\cos(\pi-\theta)$

$=4^2+12^2-2\cdot4\cdot12\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)$

$=192$

B형 17번-2 ④

해설

원점에서 초점까지의 거리를 c라고 하면 $\angle\mathrm{OFB}=\dfrac{\pi}{3}$이므로

$\dfrac{b}{c}=\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}\qquad\therefore\ b=\sqrt{3}c$

$c^2 = a^2 - b^2 = a^2 - 3c^2 \qquad \therefore a = 2c$

$\triangle \mathrm{AFB} = \dfrac{(a+c)b}{2} = \dfrac{3\sqrt{3}\,c^2}{2} = 6\sqrt{3}$

$\therefore c = 2,\ a = 4,\ b = 2\sqrt{3}$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 28$

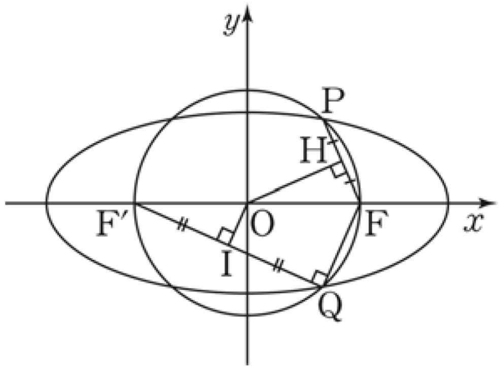
B형 17번-3 180

해설

$\triangle \mathrm{OHF} \equiv \triangle \mathrm{OHP},\ \triangle \mathrm{OIF'} = \triangle \mathrm{OIQ}$ (각각 SAS 합동)이므로

$\overline{\mathrm{OP}} = \overline{\mathrm{OF}} = 5,\ \overline{\mathrm{OQ}} = \overline{\mathrm{OF'}} = 5$

즉, 네 점 F, F′, P, Q 는 모두 원 $x^2 + y^2 = 25$ 위의 점이다.



$\angle \mathrm{FQF'} = \angle \mathrm{FPF'} = 90^\circ \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{OI}} /\!/ \overline{\mathrm{FQ}}$ 이고 $\overline{\mathrm{FF'}} = 2\overline{\mathrm{OF'}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{FQ}} = 2 \cdot \overline{\mathrm{OI}}$

마찬가지로 $\overline{\mathrm{PF'}} = 2 \cdot \overline{\mathrm{OH}} \cdots$ ㉡

또, 두 도형 원과 타원은 모두 x 축, y 축에 대칭이므로, 두 점 P 와 Q 는 x 축에 대칭이거나 y 축에 대칭 또는 원점 대칭이다.

$\overline{\mathrm{OH}} \neq \overline{\mathrm{OI}}$ 에서 P 와 Q 는 x 축에 대칭이다.

($\because$ 만약 다른 경우이면 $\overline{\mathrm{F'Q}} = \overline{\mathrm{FP}}$ 이고, 이때 $\overline{\mathrm{FQ}} = \overline{\mathrm{PF'}}$ 에서 $\overline{\mathrm{OH}} = \overline{\mathrm{OI}}$)

$\therefore\ \overline{\mathrm{PF}} = \overline{\mathrm{QF}} \cdots$ ㉢

$\overline{\mathrm{QF}} = \alpha,\ \overline{\mathrm{QF'}} = \beta$ 라 하면

㉠에서 $\alpha^2 + \beta^2 = 100$

㉡, ㉢에서 $\alpha\beta = 4\overline{\mathrm{OI}} \cdot \overline{\mathrm{OH}} = 40$

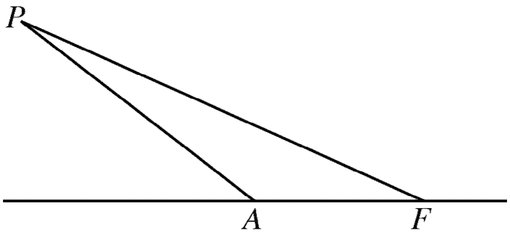
$\therefore\ l = \alpha + \beta = \sqrt{\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2} = \sqrt{180}$

$\therefore\ l^2 = 180$

B형 17번-4 ③

해설

타원의 다른 초점을 $F(2,0)$이라고 할 때,



위의 그림에서 $\triangle PAF$에서 $\overline{PF} \le \overline{PA} + \overline{AF}$

$\therefore\ \overline{PA} - \overline{PF} \ge -\overline{AF}$

$\overline{PA} + \overline{PF_1} = \overline{PA} + 2\sqrt{10} - \overline{PF}$

$\le 2\sqrt{10} - \overline{AF} = 2\sqrt{10} - \sqrt{2}$

B형 18번 ③

해설

ㄱ. $\lim_{x \to 1-0} f(x) = 0 < \lim_{x \to 1+0} f(x) = 1$ (참)

ㄴ. $\frac{1}{t} = s$ 라 하면 $t \to \infty$ 일 때 $s \to 0$ 이므로 $\lim_{t \to \infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = \lim_{s \to 0} f(s) = 1$ (참)

ㄷ. $f(f(3)) = f(2) = 1$

$\lim_{x \to 3-0} f(f(x)) = 1$

$\lim_{x \to 3+0} f(f(x)) = 3$

$f(f(3)) = \lim_{x \to 3-0} f(f(x)) \ne \lim_{x \to 3+0} f(f(x))$

따라서 $x = 3$에서 불연속 (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ 이다.

B형 18번-1 ③

해설

ㄱ. 주어진 함수 $f(x)$의 그래프에서 함수 $f(x)$는 $x = -1$에서 연속이므로 함수 $f(x-1)$은 $x = 0$에서 연속이다. (참)

ㄴ. $h(x) = f(x)f(-x)$라 하면

$h(1) = f(1)f(-1) = 0$이고

$\lim_{x \to 1+0} h(x) = \lim_{x \to 1+0} f(x)f(-x) = (-1) \cdot 1 = -1$

이므로 $\lim_{x \to 1+0} h(x) \ne h(1)$이다.

따라서 함수 $h(x)$는 $x = 1$에서 불연속이다. (거짓)

ㄷ. 주어진 함수 $f(x)$의 그래프에서

$x \to 3+0$일 때, $f(x) \to 1+0$이고

$x \to 3-0$일 때, $f(x) \to 1-0$이며

$f(3) = 1$이다.

따라서

$\lim_{x \to 3+0} f(f(x)) = \lim_{t \to 1+0} f(t) = -1$

$\lim_{x \to 3-0} f(f(x)) = \lim_{t \to 1-0} f(t) = 0$

따라서 $\lim_{x \to 3+0} f(f(x)) \neq \lim_{x \to 3-0} f(f(x))$이므로

함수 $f(f(x))$는 $x=3$에서 불연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

B형 18번-2 ①

해설

ㄱ. ① $\lim_{x \to 1+0} g(f(x)) = \lim_{t \to 1-0} g(t) = -2$

② $\lim_{x \to 1-0} g(f(x)) = \lim_{t \to -1+0} g(t) = -2$

$\lim_{x \to 1+0} g(f(x)) = \lim_{x \to 1-0} g(f(x))$ 이므로 $x=1$ 에서 극한값이 존재한다.∴ 참

ㄴ. ① $\lim_{x \to +0} f(f(x)) = \lim_{t \to 1-0} f(t) = -1$,

② $\lim_{x \to -0} f(f(x)) = \lim_{t \to -1+0} f(t) = 0$ 이므로 $x=0$ 에서 극한값이 존재하지 않으므로 불연속이다. ∴ 거짓

ㄷ. (반례)

① $\lim_{x \to -\frac{1}{2}+0} f(g(x)) = \lim_{t \to +0} f(t) = 1$

② $\lim_{x \to -\frac{1}{2}-0} f(g(x)) = \lim_{t \to -0} f(t) = -1$

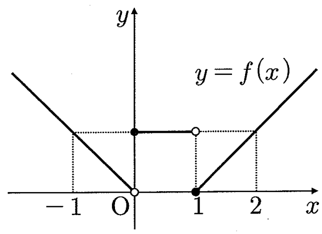
∴ $\lim_{x \to -\frac{1}{2}+0} f(g(x)) \neq \lim_{x \to -\frac{1}{2}+0} f(g(x))$

$x = -\frac{1}{2}$ 에서 불연속이다. ∴ 거짓

B형 18번-3 ⑤

해설

합성함수의 그래프를 이용하여 극한값 구하기



ㄱ. $\lim_{x \to 1-0} f(x) = 1$, $\lim_{x \to 1+0} f(x) = 0$이므로

$\lim_{x \to 1} f(x)$의 값은 존재하지 않는다. [거짓]

ㄴ. $\lim_{x \to 1+0} f(f(x)) = \lim_{h \to +0} f(h) = 1$ [참]

ㄷ. $\lim_{x \to 1-0} f(f(x)) = \lim_{x \to 1-0} f(1) = 0$ [참]

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

B형 18번-4 ②

해설

$$f(x) = \begin{cases} 2 & (x > 0) \\ 1 & (x = 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}, \quad g(x) = \sin\pi x$$

ㄱ. $f(f(x)) = \begin{cases} 2 & (x \geq 0) \\ 1 & (x < 0) \end{cases}$이므로 상수함수가 아니다. ∴ 거짓

ㄴ. $\lim_{x \to 0} g(x) = \lim_{x \to 0} \sin\pi x = 0$이므로

$\lim_{x \to -0} f(g(x)) = 0$

$\lim_{x \to +0} f(g(x)) = 2$

$\lim_{x \to -0} f(g(x)) \neq \lim_{x \to +0} f(g(x))$이므로 $\lim_{x \to 0} f(g(x))$의 값은 존재하지 않는다. ∴ 거짓

ㄷ. $g(f(0)) = g(1) = \sin\pi = 0$이고,

$\lim_{x \to -0} g(f(x)) = g(0) = \sin 0 = 0$

$\lim_{x \to +0} g(f(x)) = g(2) = \sin 2\pi = 0$

이므로 $g(f(0)) = \lim_{x \to 0} g(f(x))$

따라서, $g(f(x))$는 $x = 0$에서 연속이다. ∴ 참

B형 18번-5 ④

해설

ㄱ. $\lim_{x \to +0} g(f(x)) = -2$, $\lim_{x \to -0} g(f(x)) = 0$ 이므로 (거짓)

ㄴ. $\lim_{x \to 2+0} g(f(x)) = g(-1) = 1$, $\lim_{x \to 2-0} g(f(x)) = g(1) = 1$이므로 (참)

ㄷ. $\lim_{x \to \infty} g(f(2 + \frac{1}{x})) = \lim_{x \to \infty} g(f(6 + \frac{1}{x})) = 1$

$\lim_{x \to \infty} g(f(4 + \frac{1}{x})) = \lim_{x \to \infty} g(f(8 + \frac{1}{x}))$

$= \lim_{x \to \infty} g(f(\frac{1}{x})) = -2$이므로

준식 $= 1 + (-2) + 1 + (-2) = -2$ (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

B형 20번 ⑤

해설

$a+b+c=6$을 만족하는 음이 아닌 정수해의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6=28$개 이다.

(나) 조건에서 $(1,\ a)$, $(2,\ b)$, $(3,\ c)$는 한 직선 위에 있지 않으므로

$b-a\neq c-b$

즉, $2b\neq a+c$이다.

$2b=a+c$를 만족하는 다음 5가지를 제외한다.

따라서 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$를 구하면

(1, 2, 3), (3, 2, 1), (0, 2 ,4), (4, 2, 0), (2, 2, 2) 이다.

따라서 만족하는 개수는 $28-5=23$(개)

B형 20번-1 15

해설

$a+b+c=6$을 만족하는 음이 아닌 정수해의 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수는 ${}_3\mathrm{H}_6={}_8\mathrm{C}_6=28$개 다.

(나)조건에서 $2a\neq b+c$이고 $2b\neq a+c$이고 $2c\neq a+b$

$2a=b+c$인 경우는 $a+b+c=3a=6$에서 $a=2$이고 $b+c=4$인 경우이므로 ${}_2H_4={}_5C_4=5$ 이다.

$2b=a+c$인 경우와 $2c=a+b$인 경우도 마찬가지로 5가지이다. 그런데 2, 2, 2는 세 가지 경우에 모두 포함되므로 구하는 경우의 수는 $28-3\times5+2=15$이다.

B형 20번-2 45

해설

$x+3y+3z=3\times10+2$이므로 x는 3으로 나누어 나머지 2인 수이다.

$x=3k-1$이라 놓고 준식에 대입하면 $3k-1+3y+3z=32$에서 $k+y+z=11$, k, y, z는 자연수이므로 ${}_3H_8={}_{10}C_8=45$

B형 21번 ①

해설

주어진 영역의 넓이는 부채꼴 AOB 의 넓이에서 삼각형 AOB 의 넓이를 제외한 것이므로

$g(\theta)=\frac{1}{2}\cdot1\cdot2\theta-\frac{1}{2}\cdot1\cdot1\cdot\sin2\theta=\theta-\frac{1}{2}\sin2\theta$

$g(\theta)=f(\tan\theta)$에서

$g'(\theta)=f'(\tan\theta)\cdot\sec^2\theta=f'(\tan\theta)\cdot(1+\tan^2\theta)=f'(t)(1+t^2)$

$g'(\theta)=1-\cos2\theta=2\sin^2\theta$

$\tan\theta=2$이면 $\sin\theta=\frac{2}{\sqrt{5}}$에서 $g'(\theta)=\frac{8}{5}$

$\frac{8}{5}=f'(2)\times5$에서 $f'(2)=\frac{8}{25}$

B형 21번-1 17

해설

직선 OP와 x축의 양의 방향이 이루는 각을 θ라고 하면 $P(\cos\theta, \sin\theta)$이고 $t = \tan\theta$이다.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

$$S(t) = \frac{1}{2}1^2(\pi + 2\theta) + \frac{1}{2}1^2\sin(\pi - 2\theta)$$
$$= \frac{1}{2}\pi + \theta + \frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$S'(\tan\theta) \cdot \sec^2\theta = 1 + \cos 2\theta$

$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$일 때 $\theta = \frac{\pi}{6}$이므로

$$S'\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \left(1 + \cos\frac{\pi}{3}\right) \cdot \frac{1}{\sec^2\frac{\pi}{6}}$$
$$= \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{8}$$

B형 21번-2 ④

해설

$t = \tan x \ (0 < x < \pi)$에서 $\frac{dt}{dx} = \sec^2 x$

$t = 1$일 때, $1 = \tan x$에서 $x = \frac{\pi}{4}$ $(\because\ 0 < x < \pi)$

$P(x, 0)$, $Q(x, \sin x)$에서 $\overline{PQ} = \sin x$이므로 $S = \pi(\sin x)^2$이다.

$$\frac{dS}{dt} = \frac{d(\pi\sin^2 x)}{dt}$$
$$= \frac{d(\pi\sin^2 x)}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$
$$= 2\pi\sin x\cos x \cdot \frac{1}{\sec^2 x}$$

$t = 1$ $\left(x = \frac{\pi}{4}\right)$에서 S의 변화율은 $2\pi\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{\pi}{2}$

B형 28번 5

해설

중심이 C_1 위에 있고 점 F_1을 지나는 원을 k_1이라 하고 포물선 $x^2 = 4y$ 위의 원 k_1의 중심을 Q_1이라 하면 포물선의 정의에 의하여

$$\overline{\mathrm{Q}_1\mathrm{F}_1} = k_1\text{의 반지름} = (\mathrm{Q}_1\text{으로부터 준선 } y = -1\text{에 이르는 거리})$$

이므로 원 k_1은 준선 $y = -1$에 접한다.

따라서 원 k_1위의 점 P 의 y 좌표≥ -1이다.

같은 방법으로 중심이 C_2 위에 있고 점 F_2 를 지나는 원을 k_2 라 하고 포물선 $y^2 = 8x$ 위의

원k_2의 중심을 Q_2라 하면 포물선의 정의에 의하여

$\overline{\mathrm{Q_2F_2}} = k_2$ 의 반지름$=$($\mathrm{Q_2}$ 로부터 준선 $x = -2$ 까지의 거리)

이므로 원 k_2 는 준선 $x = -2$ 에 접한다.

따라서 원 k_2 위의 점 P 의 x 좌표 ≥ -2 이다.

따라서 두 원 k_1, k_2 의 교점 P 는

x 좌표 ≥ -2, y좌표 ≥ -1 이므로

(나) 조건에 의하여 3사분면에서 $\overline{\mathrm{OP}}$ 가 최대일 때는 P 가 $(-2,\ -1)$에 있을 때이다.

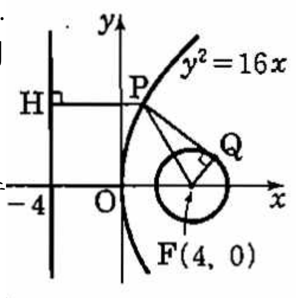
$\mathrm{P}(-2,\ -1)$ 을 지나고 준선에 접하는 두 원이

$(x+2)^2+(y-1)^2 = 4$과 $\left(x-\frac{1}{8}\right)^2+(y+1)^2 = \left(\frac{17}{8}\right)^2$로 존재하므로 $\mathrm{P}(-2,\ -1)$ 은 조건을 만족한다. 따라서 $\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최댓값은 $\sqrt{5}$ 이고 $\overline{\mathrm{OP}}^{\,2}$ 의 최댓값은 5 이다.

B형 28번-1 ③

해설

$y^2 = 16x = 4 \cdot 4 \cdot x$이고 원의 중심은 포물선의 초점 F와 일치한다.
따라서 원의 중심은 $F(4, 0)$이고 반지름의 길이가 2이므로 그림의 직각삼각형 PFQ에서



$\overline{PF} = \sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2} = 6$

포물선의 준선의 방정식은 $x = -4$이므로 점 P에서 준선에 내린 수선의 발을 H라 하면 포물선의 정의에 따라 $\overline{PH} = \overline{PF} = 6$

따라서 점 P의 x좌표는 $-4+6 = 2$

B형 28번-2 ③

해설

$F(0, 1)$이고 $\overline{FP_1} = 5$이므로 점 P_1에서 준선 $x = -1$까지의 거리는 5이다.

점 P_1이 $x^2 = 4y$ 위의 점이므로 $P_1(4, 4)$

직선 FP_1의 방정식은 $y = \frac{3}{4}x+1$

$P_n\left(x_n,\ \frac{3}{4}x_n+1\right)$이라고 할 때, $\overline{\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}} = 2\overline{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n}$ $(n \geq 3)$이므로

$x_{n-1}-x_{n-2} = 2(x_n-x_{n-1})$ $(n \geq 3)$ $x_1 = 4,\ x_2 = 6$에서

$x_n - x_{n-1} = \frac{1}{2}(x_{n-1}-x_{n-2})$

$\therefore\ x_n - x_{n-1} = 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$

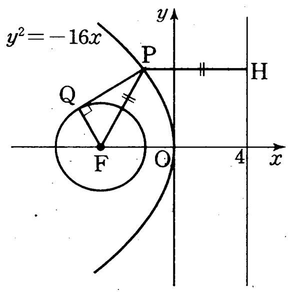
$$\therefore\ \lim_{n\to\infty} x_n = x_1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 4 + \frac{2}{1-\frac{1}{2}} = 8$$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(x_n+y_n)=\lim_{n\to\infty}\left(x_n+\frac{3}{4}x_n+1\right)=15$

B형 28번-3 ③

해설

ㄱ. (참) $y^2=-16x$ 에서 $y^2=4\times(-4)\times x$ 이므로 포물선의 초점은 $(-4,0)$이다. 따라서 원 $(x+4)^2+y^2=2$의 중심 $(-4,0)$과 같다.



ㄴ. (거짓) 점 $(-4,8)$은 포물선 위의 점이고 포물선의 준선의 방정식은 $x=4$ 이므로 주어진 점에서 준선까지의 거리는 $|4-(-4)|=8$이다.

ㄷ. (참) 점 P에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을 H, 포물선의 초점을

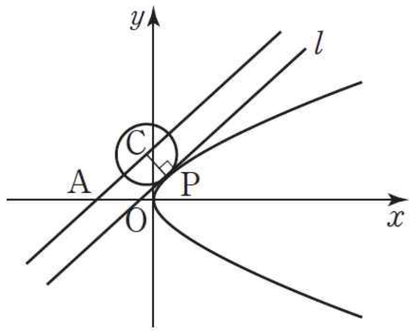
F라 하면 $\overline{PQ}=\sqrt{\overline{PF}^2-\overline{FQ}^2}=\sqrt{\overline{PH}^2-2}$

따라서, $\overline{PH}$의 길이가 최소일 때, $\overline{PQ}$의 길이도 최소이므로 점 P가 원점 O에 있을 때, 선분 PQ의 길이는 최소이다.

B형 28번-4 ⑤

해설

원의 중심을 C, 원과 포물선의 접점을 P, 점 P 에서의 포물선의 접선을 l 이라 하자. 직선 AC 와 직선 l 이 평행할 때, 직선 AC 의 기울기가 최대가 되므로 접선 l 의 기울기를 m 이라 하면 접선 l 의 방정식은



$y=mx+\frac{1}{m}$ 즉, $mx-y+\frac{1}{m}=0$

이때, 점 A 와 접선 l 사이의 거리는 $\sqrt{2}$ 이므로

$\frac{\left|-3m+\frac{1}{m}\right|}{\sqrt{m^2+1}}=\sqrt{2}$, $\left(3m-\frac{1}{m}\right)^2=2(m^2+1)$

$7m^4-8m^2+1=0$, $(m^2-1)(7m^2-1)=0$

$\therefore\ m^2=1$ 또는 $m^2=\frac{1}{7}$

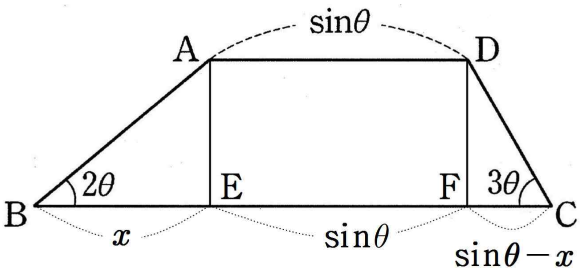
$\therefore\ m=-1$ 또는 $m=1$ 또는 $m=-\frac{1}{\sqrt{7}}$ 또는 $m=\frac{1}{\sqrt{7}}$

따라서 직선 AC 의 기울기 m 의 최댓값은 1 이다.

B형 29번 14

해설

점 A, F 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 E, F 라 하면



$\overline{AE} = x\tan 2\theta$

$\overline{DF} = (\sin\theta - x)\tan 3\theta$

$\overline{AE} = \overline{DF}$에서 $x = \dfrac{\sin\theta\tan 3\theta}{\tan 2\theta + \tan 3\theta}$

$S(\theta) = \dfrac{1}{2} \times 3\sin\theta \times x\tan 2\theta$

$= \dfrac{1}{2} \times 3\sin\theta \times \dfrac{\sin\theta\tan 3\theta}{\tan 2\theta + \tan 3\theta} \times \tan 2\theta$

$\lim_{\theta \to +0} \dfrac{S(\theta)}{\theta^3} = \lim_{\theta \to +0} \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{3\sin\theta\tan\theta\sin\theta\tan 3\theta}{\theta^3(\tan 2\theta + \tan 3\theta)}$

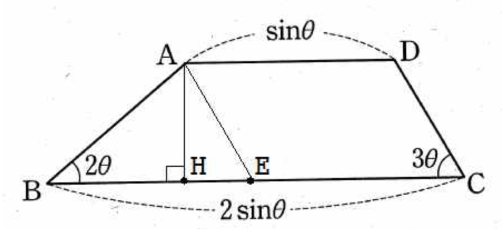
$= \lim_{\theta \to +0} \dfrac{1}{2} \dfrac{3\sin\theta\tan 2\theta\sin\theta\tan 3\theta}{\theta^4} \times \dfrac{\theta}{\tan 2\theta + \tan 3\theta}$

$= \dfrac{9}{5}$

$\therefore\ p + q = 14$

[다른 풀이]

A 에서 선분 DC 와 평행한 직선을 그어 선분 BC 와 만나는 점을 E , A 에서 선분 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 하자.



$\angle \mathrm{AEB} = 3\theta$, $\angle \mathrm{BAE} = \pi - 5\theta$이고

$\triangle \mathrm{ABE}$ 에서 사인법칙에 의해 $\dfrac{\sin\theta}{\sin(\pi - 5\theta)} = \dfrac{\overline{AB}}{\sin 3\theta}$이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = \dfrac{\sin\theta\sin 3\theta}{\sin 5\theta}$ 이고

$\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{AB}}\sin 2\theta = \dfrac{\sin\theta\sin 3\theta\sin 2\theta}{\sin 5\theta}$ 이다.

따라서

$S(\theta) = \dfrac{1}{2} \cdot (\overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AD}}) \cdot \overline{\mathrm{BH}}$

$= \frac{1}{2}(2\sin\theta + \sin\theta)\left(\frac{\sin\theta\sin3\theta\sin2\theta}{\sin5\theta}\right)$

$\therefore \lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \lim_{\theta \to +0} \frac{3\sin\theta\sin\theta\sin3\theta\sin2\theta}{2\theta^3\sin5\theta} = \frac{9}{5}$

$\therefore p+q = 14$

B형 29번-1 ④

해설

어두운 부분의 넓이를 $S(t)$ 라 하면

(i) $0 \leqq t \leqq 1$ 일 때

(호 AP 의 길이)$=\frac{\pi}{2}t$, $\angle AOP = \frac{\pi}{2}t$, $\overline{OQ} = 1-t$이므로

$S(t) = \frac{\pi}{4}t - \frac{1}{2}(1-t)\sin\frac{\pi}{2}t$

$\lim_{h \to -0} \frac{S(1+h) - S(1)}{h}$

$= \lim_{h \to -0} \frac{\frac{\pi}{4}(1+h) + \frac{1}{2}h\cos\frac{\pi}{2}h - \frac{\pi}{4}}{h}$

$= \lim_{h \to -0} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}cos\frac{\pi}{2}h\right)$

$= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

(ii) $1 < t \leqq 2$ 일 때

(호 AP 의 길이)$=\frac{\pi}{2}t$, $\angle AOP = \frac{\pi}{2}t$, $\overline{OQ} = t-1$ 이므로

$S(t) = \frac{\pi}{4}t + \frac{1}{2}(t-1)\sin\frac{\pi}{2}t$

$\lim_{h \to +0} \frac{S(1+h) - S(1)}{h}$

$= \lim_{h \to +0} \frac{\frac{\pi}{4}(1+h) + \frac{1}{2}h\cos\frac{\pi}{2}h - \frac{\pi}{4}}{h}$

$= \lim_{h \to +0} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}cos\frac{\pi}{2}h\right)$

$= \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

(i), (ii) 에서 $S'(1) = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$

B형 29번-2 14

해설

$\triangle POQ$에서 $\angle OPQ = \pi - 5\theta$이므로 사인법칙에 의하여

$$\frac{3}{\sin(\pi-5\theta)}=\frac{\overline{OP}}{\sin3\theta},\ \frac{3}{\sin5\theta}=\frac{\overline{OP}}{\sin3\theta}$$

$$\therefore \overline{OP}=\frac{3\sin3\theta}{\sin5\theta}$$

즉, $x=\overline{OP}cos2\theta=\frac{3\sin3\theta}{\sin5\theta}\cdot\cos2\theta$이므로

$$\lim_{\theta\to0}x=\lim_{\theta\to0}\frac{3\sin3\theta}{\sin5\theta}\cdot\cos2\theta$$

$$=\frac{9}{5}\lim_{\theta\to0}\frac{\sin3\theta}{3\theta}\cdot\frac{5\theta}{\sin5\theta}\cdot\cos2\theta$$

$$=\frac{9}{5}\cdot1\cdot1\cdot1=\frac{9}{5}$$

$$\therefore m+n=14$$

B형 29번-3 ⑤

해설

호 AP에 대한 중심각의 크기가 2θ이므로 $l=2\theta$이다.

한편, 두 삼각형 APH와 BPH는 닮은 삼각형이고,

$\overline{AP}=2\sin\theta$, $\overline{BP}=2\cos\theta$이므로

$$\frac{S_2}{S_1}=\frac{\overline{BP}^2}{\overline{AP}^2}=\frac{(2\cos\theta)^2}{(2\sin\theta)^2}=\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}$$

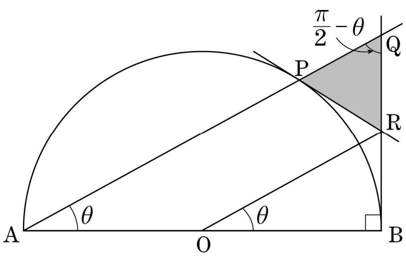
$$\therefore \lim_{\theta\to+0}\frac{l^2S_2}{S_1}=\lim_{\theta\to+0}\left(4\theta^2\cdot\frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$$

$$=\lim_{\theta\to+0}\left(4\cos^2\theta\cdot\frac{\theta^2}{\sin^2\theta}\right)=4$$

B형 29번-4 ③

해설

그림에서 삼각형 ABQ와 삼각형 OBR는 닮음비가 2:1인 닮은 삼각형이다.



$\overline{QB}=2\tan\theta$이므로

$$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{QB}=\tan\theta$$

$\overline{AQ}=\frac{2}{\cos\theta}$, $\overline{AP}=2\cos\theta$이므로

$$\overline{QP}=\overline{AQ}-\overline{AP}$$

$= 2\left(\dfrac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right)$

이때 $\angle \mathrm{AQB} = \dfrac{\pi}{2} - \theta$이므로

$S(\theta) = \dfrac{1}{2} \times \overline{\mathrm{QR}} \times \overline{\mathrm{QP}} \times \sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right)$

$= \dfrac{1}{2} \times \tan\theta \times 2\left(\dfrac{1}{\cos\theta} - \cos\theta\right) \times \cos\theta$

$= \tan\theta(1 - \cos^2\theta)$

$= \tan\theta\sin^2\theta$

$\therefore \lim\limits_{\theta \to +0} \dfrac{S(\theta)}{\theta^3}$

$= \lim\limits_{\theta \to +0} \dfrac{\tan\theta\sin^2\theta}{\theta^3}$

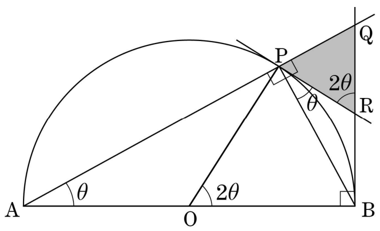
$= \lim\limits_{\theta \to +0} \dfrac{\tan\theta}{\theta} \times \lim\limits_{\theta \to +0} \left(\dfrac{\sin\theta}{\theta}\right)^2$

$= 1 \times 1^2$

$= 1$

[다른 풀이]

그림과 같이 반원의 중심을 O라 하자.



$\angle \mathrm{APB} = \dfrac{\pi}{2}$이므로 $\angle \mathrm{PBR} = \theta$이다.

원 밖의 한 점 R에서 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{\mathrm{PR}} = \overline{\mathrm{RB}}$이고 $\angle \mathrm{RPB} = \theta$이다.

$\angle \mathrm{PQR} = \angle \mathrm{QPR} = \dfrac{\pi}{2} - \theta$이므로

$\overline{\mathrm{PR}} = \overline{\mathrm{QR}}$

$\overline{\mathrm{BQ}} = 2\tan\theta$에서

$\overline{\mathrm{PR}} = \overline{\mathrm{RB}} = \overline{\mathrm{QR}} = \tan\theta$

이때 $\angle \mathrm{PRQ} = 2\theta$이므로

$S(\theta) = \dfrac{1}{2}\tan\theta\tan\theta\sin 2\theta = \dfrac{1}{2}\tan^2\theta\sin 2\theta$

$\therefore \lim\limits_{\theta \to +0} \dfrac{S(\theta)}{\theta^3}$

$= \lim\limits_{\theta \to +0} \dfrac{\tan^2\theta\sin 2\theta}{2\theta^3}$

$= \lim_{\theta \to +0} \frac{\tan\theta \cdot \tan\theta \cdot \sin 2\theta}{\theta \cdot \theta \cdot 2\theta}$

$= 1$

B형 29번-5 100

해설

$\overline{BC} = \sin\theta$, $\overline{AC} = \cos\theta$

$\angle ADC = \pi - \frac{2}{3}\pi - 2\theta = \frac{\pi}{3} - 2\theta$ 이므로

사인법칙에 따라 $\frac{\overline{CD}}{\sin 2\theta} = \frac{\cos\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2\theta\right)}$

$\therefore\ \overline{CD} = \frac{\sin 2\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2\theta\right)} \cdot \cos\theta$

또, $\angle BCD = 2\pi - \left(\frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{5}{6}\pi$

$\therefore\ \triangle BCD = S(\theta) = \frac{\frac{1}{2} \times \sin\theta \times \sin 2\theta \cos\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2\theta\right)} \times \sin\frac{5}{6}\pi$

$= \frac{1}{4} \cdot \frac{\cos\theta \sin 2\theta \sin\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2\theta\right)}$

$p = \lim_{\theta \to +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta \to +0} \frac{\cos\theta \sin 2\theta \sin\theta}{4\theta^2 \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2\theta\right)}$

$= \frac{1}{2} \lim_{\theta \to +0} \left\{ \frac{\sin 2\theta}{2\theta} \times \frac{\sin\theta}{\theta} \times \frac{\cos\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{3} - 2\theta\right)} \right\}$

$= \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

이므로 $300p^2 = 300 \times \frac{1}{3} = 100$

B형 29번-6 ④

해설

$\overline{AB} = 2$ 이고 $\angle APB = \frac{\pi}{2}$ 이므로 $\overline{PB} = 2\sin\theta$

$\angle QBP = \frac{\pi}{2} - \angle PQB = \frac{\pi}{2} - \theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} - \theta$

$\therefore\ \overline{PQ} = \overline{PB} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = 2\sin\theta \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)$

$$S(\theta)=\frac{1}{2}\cdot 2\sin\theta\cdot 2\sin\theta\cdot\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=2\sin^2\theta\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$$

$$\lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{2\sin^2\theta\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)}{\theta^2}=\lim_{\theta\to+0}2\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)=2$$

B형 29번-7 50

해설

$P(\cos\theta,\ \sin\theta)$라 하면 접선은 $x\cos\theta+y\sin\theta=1$이므로

점 Q의 좌표는 $Q\left(\frac{1}{\cos\theta},\ 0\right)$

직선 AP의 식은 $y=\frac{\sin\theta-1}{\cos\theta}x+1$이고, 점 R의 좌표는 $R\left(\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta},\ 0\right)$

$$S(\theta)=\frac{1}{2}\times\sin\theta\times\left(\frac{\cos\theta}{1-\sin\theta}-\frac{1}{\cos\theta}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\sin\theta\times\frac{\cos^2\theta-1+\sin\theta}{(1-\sin\theta)\cos\theta}=\frac{1}{2}\sin\theta\times\frac{\sin\theta(1-\sin\theta)}{(1-\sin\theta)\cos\theta}$$

$$=\frac{1}{2}\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$

$$\therefore\ \lim_{\theta\to+0}\frac{S(\theta)}{\theta^2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\frac{1}{2}\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}}{\theta^2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\sin^2\theta}{2\theta^2\cos\theta}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ 100\alpha=100\times\frac{1}{2}=50$$

B형 29번-8 16

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$가 이등변삼각형이므로 $\sin\frac{\theta}{2}=\frac{2}{\overline{\mathrm{AC}}}$

따라서 $\overline{\mathrm{AC}}=\frac{2}{\sin\frac{\theta}{2}}$

점 P에서 $\overline{\mathrm{AD}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{\mathrm{PH}}=\overline{\mathrm{AP}}\sin2\theta=\overline{\mathrm{AC}}\sin2\theta$

따라서

$$S(\theta)=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}\cdot\overline{\mathrm{PH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}\cdot\overline{\mathrm{AC}}\sin2\theta$$

$$=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{\sin2\theta}-4\right)\cdot\frac{2}{\sin\frac{\theta}{2}}\cdot\sin2\theta$$

$(\because\ \overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{AD}}-\overline{\mathrm{AB}})$

$$= \frac{2\sin 2\theta}{\sin^2\frac{\theta}{2}} \cdot \left(1 - 2\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

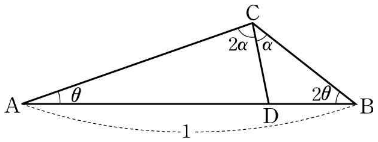
$$\therefore \lim_{\theta \to +0} (\theta \times S(\theta)) = \lim_{\theta \to +0} \frac{2\theta \cdot \sin 2\theta}{\sin^2\frac{\theta}{2}} \cdot \left(1 - 2\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \lim_{\theta \to +0} \frac{4 \cdot \frac{\theta}{2}}{\sin\frac{\theta}{2}} \cdot \frac{\sin 2\theta}{\sin\frac{\theta}{2}} \cdot \left(1 - 2\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= 4 \times 4 \times 1 = 16$$

B형 29번-9 16

해설



$\angle \mathrm{BCD} = \alpha$라 하면 사인법칙에서

$$\frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\sin\theta} = \frac{\overline{\mathrm{AD}}}{\sin 2\alpha},\ \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\sin 2\theta} = \frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\sin\alpha}$$

$$\overline{\mathrm{AD}} = \frac{\sin 2\alpha}{\sin\theta}\overline{\mathrm{CD}},\ \overline{\mathrm{BD}} = \frac{\sin\alpha}{\sin 2\theta}\overline{\mathrm{CD}}$$

$\overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{BD}} = 1$이므로 $\overline{\mathrm{CD}} = \dfrac{1}{\frac{\sin 2\alpha}{\sin\theta} + \frac{\sin\alpha}{\sin 2\theta}}$

한편, $3\theta + 3\alpha = \pi$이므로 $\alpha = \dfrac{\pi}{3} - \theta$

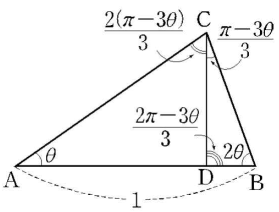
$$\therefore \lim_{\theta \to +0} \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\theta} = \lim_{\theta \to +0} \frac{1}{\frac{\sin 2\alpha}{\sin\theta} \cdot \theta + \frac{\sin\alpha}{\sin 2\theta} \cdot \theta}$$

$$= \lim_{\alpha \to \frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin 2\alpha + \frac{1}{2}\sin\alpha} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}}$$

$$= \frac{4}{3\sqrt{3}} = a$$

$$\therefore 27a^2 = 27 \cdot \frac{16}{27} = 16$$

[다른 풀이]



$\angle \mathrm{BCD} = \frac{1}{3}(\angle \mathrm{BCA}) = \frac{\pi - 3\theta}{3}$

$\triangle \mathrm{ABC}$에서 사인법칙에 의해

$\frac{1}{\sin(\pi - 3\theta)} = \frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin\theta}$

$\triangle \mathrm{BCD}$에서 사인법칙에 의해

$\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right)} = \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\sin 2\theta}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}} = \frac{\sin 2\theta}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right)} \overline{BC} = \frac{\sin 2\theta}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right)} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin 3\theta}$

$\therefore\ a = \lim_{\theta \to +0} \frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\theta}$

$= \lim_{\theta \to +0} \frac{1}{\sin\left(\frac{2}{3}\pi - \theta\right)} \cdot \frac{\sin 2\theta}{\theta} \cdot \frac{\sin\theta}{\sin 3\theta}$

$= \frac{1}{\sin\frac{2}{3}\pi} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3\sqrt{3}}$

$\therefore\ 27a^2 = 27 \times \frac{16}{27} = 16$

B형 30번 167

해설

함수 $f(x)$가 $(3,\ 7)$, $(4,\ 8)$, $(5,\ 10)$, $(6,\ 13)$을 지나고 $1 \le f'(x) \le 3$이므로

(1) 두 점 $(3,\ 7)$, $(4,\ 8)$의 기울기가 1 이므로 $3 \le x \le 4$ 에서 $f(x) = x + 4$

(2) 두 점 $(5,\ 10)$, $(6,\ 13)$의 기울기가 3 이므로 $5 \le x \le 6$ 에서 $f(x) = 3x - 5$

(3) 주어진 조건에 의해 $(4,\ 8)$과 $(5,\ 10)$을 지나는 함수는 이차함수이고

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f'(x) = 2ax + b$

실수 전체의 집합에서 미분가능하므로

$f'(4) = 8a + b = 1$

$f'(5) = -10a + b = 3$

$a = 1,\ b = -7$

$f(4) = 8$에서 $c = 20$

(1), (2), (3)에 의해

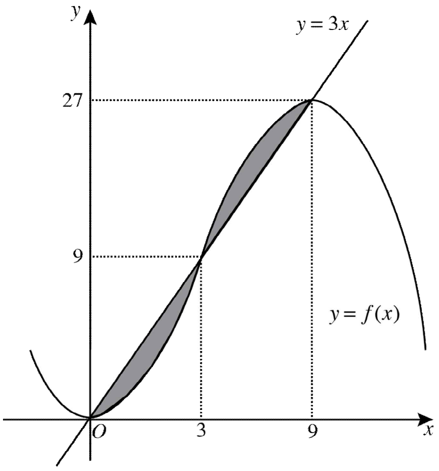
$$\int_3^6 f(x)dx = \int_3^4 (x+4)dx + \int_4^5 (x^2 - 7x + 20)dx + \int_5^6 (3x - 5)dx = \frac{167}{6}$$

$\therefore\ 6a = 167$

B형 30번-1 90

해설

$f(3)=9=-\frac{1}{2}(3-a)^2+b$, $f'(3)=6=-(3-a)$에서 $a=9$, $b=27$



$$S=\frac{3^3}{6}+\frac{\frac{1}{2}\cdot 6^3}{6}$$
$$=\frac{9}{2}+\frac{36}{2}=\frac{45}{2}$$

$\therefore\ 4S=90$

B형 30번-2 6

해설

$g(x)=|f(x)-k|$이 실수전체에서 미분가능하려면

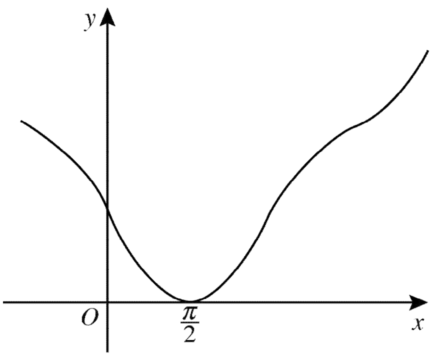
$f(\alpha)=k$일 때, $f'(\alpha)=0$이어야 한다.

$f(x)=x+\cos x+\frac{\pi}{4}$, $f'(x)=1-\sin x=0$에서 $x=2n\pi+\frac{\pi}{2}$이고

$k=f\left(2n\pi+\frac{\pi}{2}\right)=2n\pi+\frac{3}{4}\pi$

$\therefore 0<k<\pi$에서 $n=0$이고 $k=\frac{3}{4}\pi$

$g(\pi-x)=g(x)$이므로



$S=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(f(x)-\frac{3}{4}\pi\right)dx$

$=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}-\left(x+\cos x-\frac{\pi}{2}\right)dx$

$=\frac{\pi^2}{4}-2$

$\therefore\ p=4,\ q=2$

B형 30번-3 37

해설

$f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2$,

$f'(x)=-12x\{x^2-(a-1)x-a\}=-12x(x-a)(x+1)=0$에서 $x=-1,\ 0,\ a\ (a>0)$이므로

$g(t)$가 실수전체에서 미분가능하려면 극댓값 $f(a)\le$ 극댓값 $f(-1)$이어야 한다

$a^4+2a^3\le 2a+1$에서 $-1\le a\le 1$이고 조건에서 $a>0$ 이므로 $0<a\le 1$

$\therefore\ g(t)=\begin{cases} f(t) & (t\le -1) \\ f(-1) & (-1<t) \end{cases}$

$\int_{-2}^{3}g(t)dt=\int_{-2}^{-1}f(t)dt+\int_{-1}^{3}f(-1)dt$

$=-\frac{18}{5}-a+4(2a+1)$

$=7a+\frac{2}{5}\le 7+\frac{2}{5}$

$\therefore\ 5M=5\left(7+\frac{2}{5}\right)=37$

B형 30번-4 172

해설

$f(x)=x^3+3x^2-9x$에서 $f'(x)=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$

$x=a$와 $x=b$에서 미분가능하려면

$f(a)=m-f(a),\ f'(a)=-f'(b)$

$m-f(b)=n+f(b),\ -f'(a)=f'(b)$에서

$f'(a)=f'(b)=0$이고 $a<b$이므로 $a=-3,\ b=1$

$\therefore\ m=2f(a)=2f(-3)=54,\ n=m-2f(b)=54-2f(1)=64$

$\therefore\ \int_{-3}^{1}g(x)dx=\int_{-3}^{1}(m-f(x))dx$

$=\int_{-3}^{1}\left(54-x^3-3x^2+9x\right)dx$

$=172$

B형 30번-5 9

해설

$f(x)=\frac{1}{4}x^2$에서 $f'(x)=\frac{1}{2}x$

점 P에서의 접선이 x축의 양의 방향과 이루는 각을 θ라 하면,

점 Q에서의 접선이 x축의 양의 방향과 이루는 각은 2θ이다.

$\tan\theta=f'(\sqrt{2})=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 2\theta=f'(a)=\frac{a}{2}=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=2\sqrt{2}$

$\therefore Q(4\sqrt{2},\ 8)$

점 P에서 접선과 점 Q에서 접선의 교점을 R이라 하면,

$y=\frac{\sqrt{2}}{2}(x-\sqrt{2})+\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\frac{1}{2}$

$y=2\sqrt{2}(x-4\sqrt{2})+8=2\sqrt{2}x-8$

의 교점이 R이므로 $R\left(\frac{5\sqrt{2}}{2},\ 2\right)$

구하는 넓이는 삼각형 PQR의 넓이에서 곡선 $y=\frac{1}{4}x^2$과 직선 PQ로 둘러싸인 넓이의 차와 같으므로

$S=\frac{27\sqrt{2}}{8}-\frac{(3\sqrt{2})^3}{6\cdot 4}=\frac{9}{8}\sqrt{2}$

B형 30번-6 176

해설

함수 $f(x)$가 $A(3,7)$, $B(4,8)$, $C(5,11)$, $D(6,14)$를 지나고 $1\le f'(x)\le 3$이므로 함수 $f(x)$의 그래프는 $3\le x\le 4$에서는 선분 AB가 되고 $5\le x\le 6$에서는 선분 CD가 된다. 그리고 $\int_3^4 f(x)dx=\frac{7+8}{2}$, $\int_5^6 f(x)dx=\frac{11+14}{2}$이다.

이제 $B(4,8)$, $C(5,11)$을 지나고 $f'(4)=1$, $f'(5)=3$을 만족하는 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\int_4^5 f(x)dx$의 값만 구하면 된다.

함수 $f(x)$를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 함수 $g(x)$에 대하여, $\int_0^1 g(x)dx$의 값을 구하여도 된다.

$g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$라 하면

$B'(0,8)$, $C'(1,11)$을 지나고 $g'(0)=1$, $g'(1)=3$에서

$g(0)=d=8$, $g'(0)=c=1$

$g(1)=a+b+9=11$, $g'(1)=3a+2b+1=3$에서 $a=-2$, $b=4$

$\therefore \int_0^1 g(x)dx=\int_0^1(-2x^3+4x^2+x+8)dx=\frac{28}{3}$

$\therefore\ S=\int_3^6 f(x)dx=\int_3^4 f(x)dx+\int_4^5 f(x)dx+\int_5^6 f(x)dx$

$=\frac{15}{2}+\frac{28}{3}+\frac{25}{2}=\frac{88}{3}$

$\therefore\ 6S=176$

B형 30번-7 ①

해설

$\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 (e^x-1)dx+\int_1^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx$에서

$\int_2^3 f(x)dx=\int_1^2 f(x+1)dx=\int_1^2 (-f(x)+e-1)dx$이므로

$\int_1^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx=\int_1^2 (e-1)dx=e-1$

$\therefore\ \int_0^3 f(x)dx=\left[e^x-x\right]_0^1+e-1=2e-3$