

# 수학 영역(가형)

## 제 2 교시

1

1.  $2^3 \times 4^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

2.  $\tan \frac{7}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

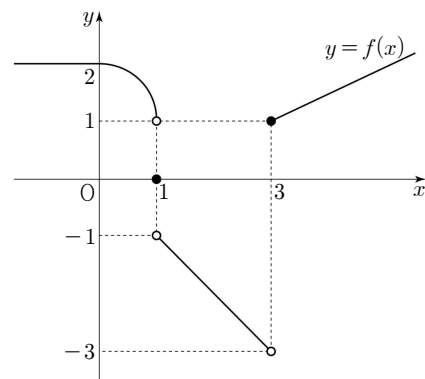
- ① -1      ②  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$       ③ 0      ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ⑤ 1

3. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{3h} = 7$ 일 때,

$f'(4)$ 의 값은? [2점]

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(3) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

## 2

## 수학 영역(가형)

5.  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{2}$  일 때,  $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{5}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

6. 두 양수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_9 a^3 b = 1 + \log_3 ab$$

가 성립할 때,  $\frac{a}{b}$ 의 값은? [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

7. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 3 & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 2a_n - 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $a_5$ 의 값은? [3점]

- ① 11    ② 13    ③ 15    ④ 17    ⑤ 19

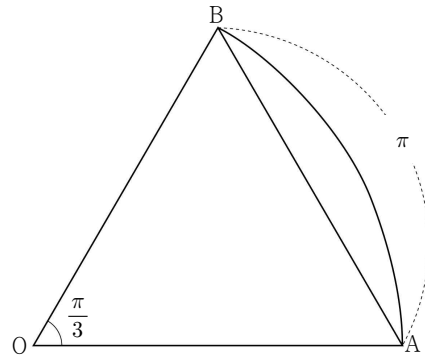
8. 좌표평면 위의 점 P에 대하여 동경 OP가 나타내는 각의 크기 중 하나를  $\theta$  ( $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ )라 하자.  
 각의 크기  $6\theta$ 를 나타내는 동경이 동경 OP와 일치할 때,  $\theta$ 의 값은?  
 (단, O는 원점이고,  $x$ 축의 양의 방향을 시초선으로 한다.) [3점]

- ①  $\frac{3}{5}\pi$     ②  $\frac{2}{3}\pi$     ③  $\frac{11}{15}\pi$     ④  $\frac{4}{5}\pi$     ⑤  $\frac{13}{15}\pi$

9. 부등식  $10^n < 24^{10} < 10^{n+1}$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은?  
 (단,  $\log 2 = 0.3010$ ,  $\log 3 = 0.4771$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 11    ② 13    ③ 15    ④ 17    ⑤ 19

10. 그림과 같이 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB의 호의 길이가  $\pi$ 일 때, 삼각형 OAB의 넓이는? [3점]



- ①  $2\sqrt{3}$     ②  $\frac{9\sqrt{3}}{4}$     ③  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$     ④  $\frac{11\sqrt{3}}{4}$     ⑤  $3\sqrt{3}$

11. 두 함수  $f(x)=3^x$ ,  $g(x)=3^{2-x}+a$ 의 그래프가 만나는 점의  $x$ 좌표가 2일 때, 닫힌구간  $[1, 3]$ 에서 함수  $f(x)g(x)$ 의 최솟값은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 31      ② 32      ③ 33      ④ 34      ⑤ 35

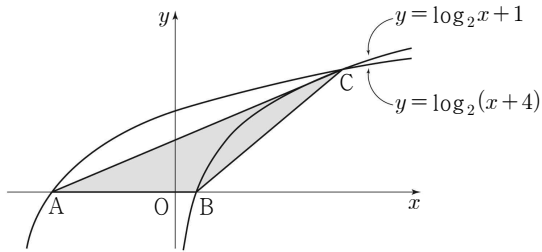
12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(x-1)f(x)=x^3+ax+b$$

를 만족시킨다.  $f(1)=4$ 일 때,  $a \times b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

13. 그림과 같이 두 곡선  $y = \log_2(x+4)$ ,  $y = \log_2 x + 1$ 이  $x$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 두 곡선이 만나는 점을 C라 할 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3점]



- ① 5      ②  $\frac{21}{4}$       ③  $\frac{11}{2}$       ④  $\frac{23}{4}$       ⑤ 6

14. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_{2k-1} = 3n^2 - n, \quad \sum_{k=1}^{2n} a_k = 6n^2 + n$$

을 만족시킬 때,  $\sum_{k=1}^{24} (-1)^k a_k$ 의 값은? [4점]

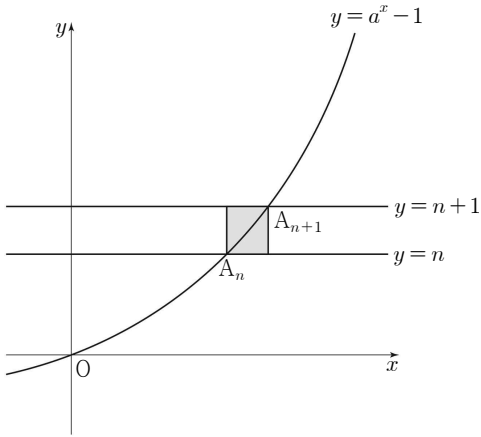
- ① 18      ② 24      ③ 30      ④ 36      ⑤ 42

# 6

# 수학 영역(가형)

15. 그림과 같이 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $y = a^x - 1 (a > 1)$ 의 그래프가 두 직선  $y = n, y = n + 1$ 과 만나는 점을 각각  $A_n, A_{n+1}$ 이라 하자. 선분  $A_n A_{n+1}$ 을 대각선으로 하고, 각 변이  $x$ 축 또는  $y$ 축과 평행한 직사각형의 넓이를  $S_n$ 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{14} S_n = 6$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]



- ①  $\sqrt{2}$     ②  $\sqrt{3}$     ③ 2    ④  $\sqrt{5}$     ⑤  $\sqrt{6}$

16.  $0 \leq t \leq 3$ 인 실수  $t$ 와 상수  $k$ 에 대하여  $t \leq x \leq t + 1$ 에서

방정식  $\sin \frac{\pi}{2} x = k$ 의 모든 해의 개수를  $f(t)$ 라 하자.

함수  $f(t)$ 가

$$f(t) = \begin{cases} 1 & (0 \leq t < a \text{ 또는 } a < t \leq b) \\ 2 & (t = a) \\ 0 & (b < t \leq 3) \end{cases}$$

일 때,  $a^2 + b^2 + k^2$ 의 값은?

(단,  $a, b$ 는  $0 < a < b < 3$ 인 상수이다.) [4점]

- ① 2    ②  $\frac{5}{2}$     ③ 3    ④  $\frac{7}{2}$     ⑤ 4

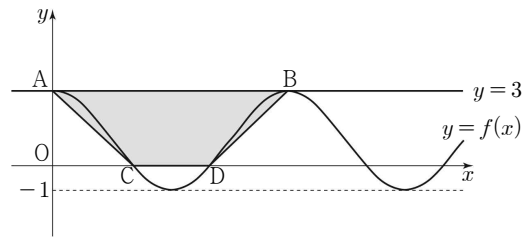
17. 다음은 21 이하의 서로 다른 4개의 자연수  $a, b, c, d$  ( $a < b < c < d$ )에 대하여  $2b = a + d$ 를 만족시키는 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를 구하는 과정이다.

세 자연수  $a, b, d$ 는  $2b = a + d$ 를 만족시키므로 이 순서대로 등차수열을 이룬다.  
 이 등차수열의 공차가 될 수 있는 가장 작은 값은 2, 가장 큰 값은 (가)이다.  
 이 등차수열의 공차를  $k$  ( $2 \leq k \leq$  (가))라 하면  $a < a + k < c < a + 2k$ 이므로  $c$ 가 될 수 있는 모든 자연수의 개수는  $k - 1$ 이고  $a$ 가 될 수 있는 모든 자연수의 개수는 (나)이다.  
 따라서 구하는 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수는 (가)  
 $\sum_{k=2}^{(가)} \{(k-1) \times (나)\} = (다)$

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 하고, (나)에 알맞은 식을  $f(k)$ 라 할 때,  $p + q + f(3)$ 의 값은? [4점]

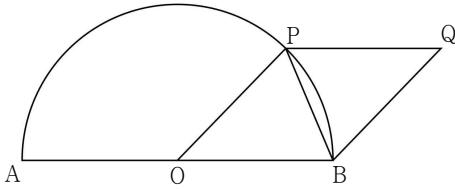
- ① 304    ② 307    ③ 310    ④ 313    ⑤ 316

18.  $x \geq 0$ 에서 정의된 함수  $f(x) = a \cos bx + c$ 의 최댓값이 3, 최솟값이  $-1$ 이다. 그림과 같이 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = 3$ 이 만나는 점 중에서  $x$ 좌표가 가장 작은 점과 두 번째로 작은 점을 각각 A, B라 하고, 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축이 만나는 점 중에서  $x$ 좌표가 가장 작은 점과 두 번째로 작은 점을 각각 C, D라 하자. 사각형 ACDB의 넓이가  $6\pi$ 일 때,  $0 \leq x \leq 4\pi$ 에서 방정식  $f(x) = 2$ 의 모든 해의 합은? (단,  $a, b, c$ 는 양수이다.) [4점]



- ①  $6\pi$     ②  $\frac{13}{2}\pi$     ③  $7\pi$     ④  $\frac{15}{2}\pi$     ⑤  $8\pi$

19. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원과 선분 AB의 중점 O가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 P를 지나고 직선 AB와 평행한 직선과 점 B를 지나고 직선 OP와 평행한 직선이 만나는 점을 Q라 하자.  $\overline{BP} = t$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{3 - \overline{AQ}}{t^2}$ 의 값은? (단,  $0 < t < \sqrt{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$

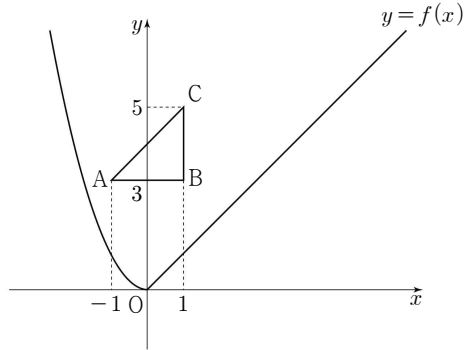
20. 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 세 점  $A(-1, 3)$ ,  $B(1, 3)$ ,  $C(1, 5)$ 가 있다. 실수  $x$ 에 대하여 점  $P(x, f(x))$ 와 삼각형 ABC의 세 변 위의 임의의 점 Q에 대하여  $\overline{PQ}^2$ 의 최솟값을  $g(x)$ 라 하자. 함수  $g(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보기 >

- ㄱ.  $g(0) = 26$   
 ㄴ. 닫힌구간  $[0, 3]$ 에서 함수  $g(x)$ 의 최솟값은 10이다.  
 ㄷ. 함수  $g(x)$ 가  $x = a$ 에서 미분가능하지 않은 모든  $a$ 의 값의 합은 2이다.



- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



21. 세 실수  $a, b, c$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -|2x+a| & (x < 0) \\ x^2+bx+c & (x \geq 0) \end{cases}$$

이고, 함수  $|f(x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  
 실수  $t$ 에 대하여 직선  $y=t$ 가 두 함수  $y=f(x), y=|f(x)|$ 의  
 그래프와 만나는 점의 개수를 각각  $g(t), h(t)$ 라 할 때,  
 두 함수  $g(t), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(t)$ 의 치역은  $\{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

(나)  $\lim_{t \rightarrow 2^-} h(t) \times \lim_{t \rightarrow 2^+} h(t) = 12$

$f(-2)+f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

단답형

22. 함수  $f(x) = x^3 + x^2 - x + 3$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 부등식  $4^{x-2} \leq 32$ 를 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합을  
 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.

$$S_n = n^2 + n + 1$$

일 때,  $a_1 + a_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 7$$

을 만족시킬 때,  $f(4)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 곡선  $y = 3^x + 1$ 을 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 후,

$x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동한 곡선을  $y = f(x)$ 라 하자. 곡선  $y = f(x)$ 의 점근선이 직선  $x = 5$ 이고

곡선  $y = f(x)$ 가 곡선  $y = 3^x + 1$ 의 점근선과 만나는 점의

$x$ 좌표가 6일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오.

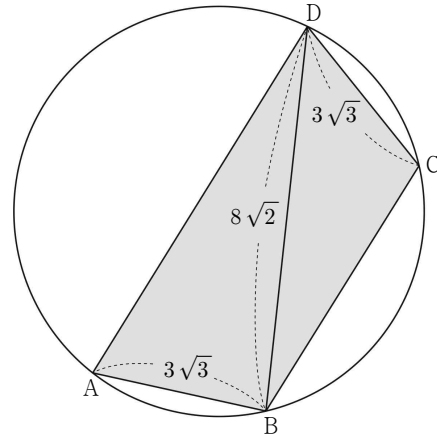
[4점]

27.  $\frac{1}{4}$  과 16 사이에  $n$  개의 수를 넣어 만든  
공비가 양수  $r$  인 등비수열

$$\frac{1}{4}, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 16$$

의 모든 항의 곱이 1024 일 때,  $r^9$  의 값을 구하시오. [4점]

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원에 내접하는  
사각형 ABCD 에 대하여  $\overline{AB} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$ ,  $\overline{BD} = 8\sqrt{2}$  일 때,  
사각형 ABCD 의 넓이를  $S$  라 하자.  $\frac{S^2}{13}$  의 값을 구하시오. [4점]



29. 상수  $a$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여

함수  $g(x)$ 를  $g(x) = (x^2 - x + a)f(x)$ 라 할 때,  
두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - f(x)}{x - 1} = 0$$

$$(나) g'(1) \neq 0$$

(다)  $f(\alpha) = f'(\alpha)$ 이고  $g'(\alpha) = 2f'(\alpha)$ 인 실수  $\alpha$ 가 존재한다.

$g(\alpha + 4) = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p + q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 두 정수  $l, m$ 에 대하여 두 등차수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = 12 + (n - 1)l,$$

$$b_n = -10 + (n - 1)m$$

일 때,

$$\sum_{k=1}^{10} |a_k + b_k| = \sum_{k=1}^{10} (|a_k| - |b_k|) = 31$$

을 만족시키는 모든 순서쌍  $(l, m)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.