[수학-자연 2012.03 모의 가형+나형]

행렬 : 더하기빼기와 케일리 해밀턴~ 문자역행렬 만드는것 기억하자!
행렬 5형제 : 연립방정식 형태의 5가지 특히 4번과 5번에 주의!
행렬과 그래프 : 각 줄합의 의미는 점에서 출발한 선의갯수, 전체합/2=선갯수
지수 : 제곱근이란? 식 잘 정리하기 숙제들
로그 : 죽거서 표현하는 밑이다른 아이들, 상용로그의 지표 가수 의미
수열 : 등차수열의 합은 (초항+말항)(갯수)/2, 등비합은 초항(알갯수승-1)/(알-1)
여러가지수열 : n=1일때, n=2일때... 대입해서 풀줄알도록
시그마 : 시그마 공식, 등비수열의 시그마는 죽~풀어서 해보자
부분분수합 : 양옆지우기, 건너지우기, 간격분의일 주의하기
군수열 : 군수열은 피라미드
귀납법 : 대입해서 하는 귀납법 or k 일때 k+1일때 형태의 귀납법
극한 : 합차곱나(조심) 가능~ 루트있고 빼기있으면 유리화, 최대주인공비
급수 : 급수의 성질에 주의! 무한대로 더한거 안다? 그 끝가로는0
무한등비급수 : a/(1-r) 이용해서 합 구하는것~

수리'가'형 정답

1	②	2	⑤	3	④	4	③	5	①
6	③	7	⑤	8	④	9	⑤	10	②
11	②	12	①	13	④	14	①	15	③
16	③	17	①	18	⑤	19	②	20	④
21	⑤	22	13	23	8	24	208	25	16
26	51	27	9	28	136	29	24	30	32

수리'나'형 정답

1	②	2	⑤	3	④	4	⑤	5	①
6	③	7	②	8	②	9	④	10	②
11	②	12	①	13	④	14	①	15	③
16	③	17	①	18	⑤	19	③	20	④
21	⑤	22	13	23	98	24	70	25	36
26	51	27	9	28	23	29	24	30	462

[가형 수학2 문제 정리~]
[sin cos 공식]

4. $0 < x < \frac{\pi}{2}$에서 함수 $f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x}$의 최솟값은? [3점]

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2

④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

[2012.03 서울교육청 가형]
[답 ③]
[출제의도] 삼각함수의 여러 가지 공식을 이용하여 함수의 최솟값을 구한다.

$f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x} = \frac{\sin 2x + 1}{\sin 2x} = 1 + \frac{1}{\sin 2x}$

$0 < \sin 2x \le 1$이므로 $f(x)$의 최솟값은 2이다.

일단 문제보고~ 뭐지? 했음 답보고 ?

$$f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x} = \frac{\cos^2 x + \qquad\qquad +}{\sin 2x}$$

알잖아~ 두배각 사인

$$f(x) = \frac{(\cos x + \sin x)^2}{\sin 2x} = \frac{\quad + 1}{\sin 2x}$$

일단 최소값만 궁금하다고 하니~ 두개가 같은형태기 도 하니~

$$f(t) = \frac{t + 1}{t} = 1 + \frac{1}{\quad} = 1 + \frac{1}{\text{젤큰}} =$$

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ 범위에서 그려봐~　　젤큰누구?　　젤작이

[무리방정식 : 범위 중요]

5. 무리방정식 $\sqrt{x+4} = |x| - 2$의 모든 실근의 곱은? [3점]

① -15　　② -12　　③ -10

④ -5　　⑤ 0

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ①]

[출제의도] 무연근의 뜻과 무리방정식의 풀이 방법을 이해하여 무리방정식의 해를 구한다.

$\sqrt{x+4}=|x|-2$ … ㉠

주어진 식의 양변을 제곱하면

$x+4=x^2-4|x|+4$

(i) $x \ge 0$일 때

$x^2-5x=0$, $x(x-5)=0$

∴ $x=0$ 또는 $x=5$

㉠에 대입하면 $x=0$은 무연근이다. 따라서 구하는 근은 $x=5$이다.

(ii) $x<0$일 때

$x^2+3x=0$, $x(x+3)=0$

∴ $x=-3$

따라서 (i), (ii)에서 모든 실근의 곱은 -15

$\sqrt{x+4} = |x| - 2$ … ㉠ 주어진 식의 양변을 제곱하면

$x+4=x^2-4|x|+$

언제 부호 바꿔나오니 ~ 범위정함

1) $x \ge 0$ (정상)

$x+4=x^2-4x+$

정리~

$x=0$ 대입확인~

$x=5$ 대입확인~

2) $x<0$ (비정상), 그러면서 $x+4>$

$x+4=x^2+4x+$

$x=-3$ 대입확인~

모든 실근의 곱은?

[sin cos 공식 정리]

6. 다음 중 $\tan 10° + \dfrac{1}{\tan 20°}$의 값과 같은 것은? [3점]

① $\sin 10°$ ② $\cos 20°$ ③ $\dfrac{1}{\sin 20°}$

④ $\dfrac{1}{\cos 10°}$ ⑤ $\dfrac{1}{\tan 10°}$

[2012.03 서울교육청 가형]
[답 ③]
[출제의도] 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 같은 값을 갖는 삼각함수를 찾는다.

$$\tan 10° + \frac{1}{\tan 20°} = \frac{\sin 10°}{\cos 10°} + \frac{\cos 20°}{\sin 20°} = \frac{\sin 10° \sin 20° + \cos 10° \cos 20°}{\cos 10° \sin 20°}$$

$$= \frac{\cos(20° - 10°)}{\cos 10° \sin 20°} = \frac{\cos 10°}{\cos 10° \sin 20°} = \frac{1}{\sin 20°}$$

1) 일단 주어진 식을 보자? 우리가 평소에 보던 30도 45도 60도가 아니네~
2) 보기를 보자, 이꼴로 정리 해야 된다는거
3) 일단 뒤집어는 보자

$\tan 10° + \dfrac{1}{\tan 20°} = \tan 10° + \cot 20°$? 인가 이걸로 우리가 아는 공식이 없지...

4) 우리가 아는 sin 합각, cos 합각을 이용해야 되겠군

$$\tan 10° + \frac{1}{\tan 20°} = \frac{\sin 10°}{\cos 10°} + \frac{\cos 20°}{\sin 20°}$$

$$= \frac{\qquad + \qquad}{\cos 10° \sin 20°}$$ (~통분) 윗줄은 sin 친구? cos친구?

$$= \frac{\cos(\qquad\qquad)}{\cos 10° \sin 20°} =$$

[삼차함수네~]

7. 다항함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$
(나) $x = -1$과 $x = 2$에서 극값을 갖는다.

$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{h}$의 값은? [3점]

① 8 ② 12 ③ 16

④ 20 ⑤ 24

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 ⑤]

[출제의도] 극값의 뜻을 이해하여 조건을 만족시키는 다항함수의 미분계수를 구한다.

$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$이므로 $f(x)$는 삼차함수이고 삼차항의 계수는 1이다. 따라서 $f'(x)$는 이차함수이고 이차항의 계수는 3이다.

$x = -1$과 $x = 2$에서 극값을 가지므로 $f'(x)$는 $x+1$과 $x-2$를 인수로 갖는다.

따라서 $f'(x) = 3(x+1)(x-2)$이다.

$$\therefore \lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{\{f(3+h)-f(3)\}-\{f(3-h)-f(3)\}}{h}$$
$$= \lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3)}{h} + \lim_{h \to 0} \frac{f(3-h)-f(3)}{-h}$$
$$= 2f'(3) = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 1 = 24$$

근데 뭐가 궁금하대~

$$\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h)-f(3-h)}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\quad}{1} =$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 1$$ 에서 최고차항의 비가 1

$f(x) = x^3 +$

$f'(x) = 3x^2 + \qquad +$

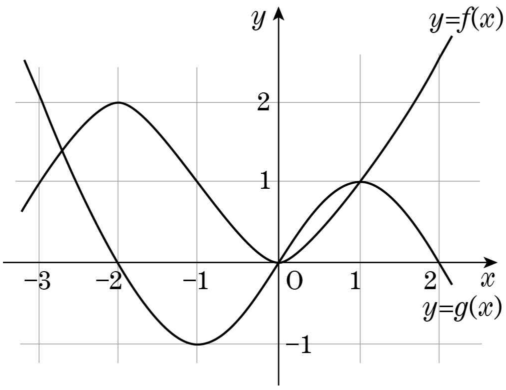
극값을 갖는다는 힌트!!

$f'(x) = 3(x \qquad)(\qquad)$

$f'(3) =$ 그래서 답은~~

[근의 갯수, 근 안되는곳 어디니?]

8. 두 다항함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$-3 \le x \le 2$에서 방정식

$$\left\{\frac{f(x)}{g(x)}-1\right\}\left\{\frac{g(x)+1}{f(x)}-1\right\}=0$$

의 실근의 개수는? [4점]

① 2 ② 3 ③ 4

④ 5 ⑤ 6

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ④]

[출제의도] 무연근과 그래프의 평행이동을 이해하여 분수방정식의 해의 개수를 구한다.

1) $f(x) \neq 0$, $g(x) \neq 0$

일단 안되는곳

$f(x) \neq 0$ $x \neq$ (범위밖$x \neq$ -3 보다 작은쪽 한개 더)

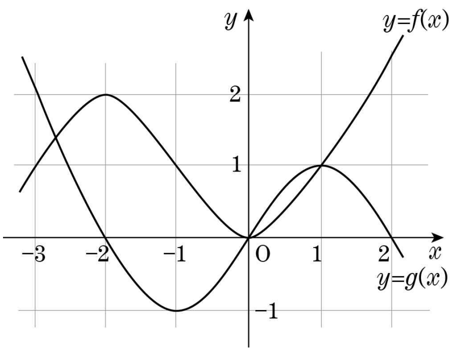
$g(x) \neq 0$ $x \neq$ $x \neq$ $x \neq$

2) $f(x)=g(x)$ 인 곳 어디쯤?

$x=$ $x=$ (-3하고 -2 사이~)

영 안되~

3) $f(x)=g(x)+1$ 인 곳 어디쯤? 위에다 올려서 하나 더 그려



어디니?

몇개니?

무연근아니니?

구하는 해의 개수는?

[속도의 방향과 관련된 문제]

9. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치 x_{P}, x_{Q}는 다음과 같다.

$x_{\mathrm{P}} = t^2 - at$, $x_{\mathrm{Q}} = \ln(t^2 - t + 1)$

두 점 P, Q가 서로 반대 방향으로 움직이는 시각 t의 범위가 $\frac{1}{2} < t < 2$일 때, 실수 a의 값은? [3점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

[2012.03 서울교육청 가형]
[답 ⑤]
[출제의도] 위치와 속도의 관계 및 속도의 부호의 의미를 이해하여 두 점이 서로 반대 방향으로 움직인 시각을 구한다.

$v_{\mathrm{P}} = \frac{dx_{\mathrm{P}}}{dt} = 2t - a$

$v_{\mathrm{Q}} = \frac{dx_{\mathrm{Q}}}{dt} = \frac{2t-1}{t^2 - t + 1}$

두 점 P, Q가 움직이는 방향이 서로 반대 방향이 되려면 $v_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{Q}} < 0$이어야 한다.

$v_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{Q}} = \frac{(2t-a)(2t-1)}{t^2-t+1} < 0$

$\therefore (2t-a)(2t-1) < 0 \cdots$ ㉠ $(\because t^2 - t + 1 > 0)$

㉠의 해가 $\frac{1}{2} < t < 2$이므로 $\frac{a}{2} = 2$

$\therefore a = 4$

속도는 벡터다 : 부호의미는 앞으로 가다 뒤로가다~ 로 바뀌는것

$x_{\mathrm{P}} = t^2 - at$ 미분 ~ $v_{\mathrm{P}} =$

$x_{\mathrm{Q}} = \ln(t^2 - t + 1)$ 미분 ~ $v_{\mathrm{Q}} = \frac{\quad}{\quad}$

부호 다르다고? 곱해서 마이너스래~

$v_{\mathrm{P}}v_{\mathrm{Q}} = (\qquad)\left(\frac{\quad}{\quad}\right) < 0$

분수 아래는 언제나 + 인 부분이심 (왜? 완전제곱식 or 허근)

$(2t-a)(2t-1) < 0$

$\frac{1}{2} < t < 2$ 라니까 a의 값은?

(빨리푸는 편법 : $\frac{1}{2}$ or 2 대입)

[ln 함수의 미분법]

15. 열린 구간 $\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의된 미분가능한 함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x)=1+\{f(x)\}^2$ (나) $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$

함수 $g(x)=\ln f'(x)$에 대하여 $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은? [3점]

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

[2012.03 서울교육청 가형]
[답 ③]
[출제의도] 로그함수의 미분법을 이해하여 미분계수를 구한다.

$g(x)=\ln f'(x)$

$=\ln\left(1+\{f(x)\}^2\right)$에서

$g'(x)=\frac{2f(x)f'(x)}{1+\{f(x)\}^2}$

$=\frac{2f(x)\left[1+\{f(x)\}^2\right]}{1+\{f(x)\}^2}$

$=2f(x)$

$\therefore\ g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=2f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2\cdot1=2$

[다른풀이]

$g(x)=\ln f'(x)$이므로

$g'(x)=\frac{f''(x)}{f'(x)}=\frac{2f(x)f'(x)}{f'(x)}=2f(x)$

$\therefore\ g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=2f\left(\frac{\pi}{4}\right)=2\cdot1=2$

[참고]

함수 $y=\tan x$는 주어진 조건을 만족시킨다.

주어진 것을 일단 확인~

1) 뭐가 궁금하대 $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$　　$g(x)=\ln f'(x)$ 이니까

$g'(x)=\frac{\quad}{f'(x)}$　　결국 $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\quad}{f'\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ 궁금하다는 것

2) 이계도함수가 필요하네

$f'(x)=1+\{f(x)\}^2$　　이래서 $f''(x)=2\{\quad\}\{\quad\}$

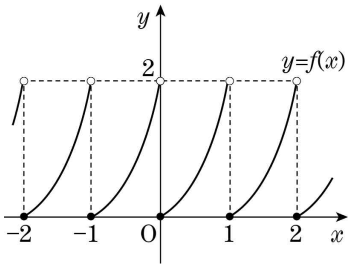
3) 구하면

$g'(x)=\frac{\quad}{f'(x)}=$　　결국 이거구만

$g'\left(\frac{\pi}{4}\right)=$　　$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ 라니까

[그림으로 보는 함수의 연속]

16. 함수 $y=f(x)$의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 합성함수 $f(g(x))$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 함수 $g(x)$를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]



<보 기>

ㄱ. $g(x)=x^2$　　ㄴ. $g(x)=|\sin x|$　　ㄷ. $g(x)=\cos x$

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 ③]

[출제의도] 함수의 연속의 뜻을 이해하여 주어진 함수의 연속 여부를 판정한다.

합성함수 $f(g(x))$가 $x=0$에서 연속이 되도록 ~ g 부터 먼저

ㄱ. $g(x)=x^2$

$g(0.001)=0.001$　　$f(\quad)=$

$g(-0.001)=$　　$f(\quad)=$

$g(0)=$　　$f(\quad)=$　　같니?

ㄴ. $g(x)=|\sin x|$　대충그려봐~

$g(0.001)=0.001$　　$f(\quad)=$

$g(-0.001)=$　　$f(\quad)=$

$g(0)=$　　$f(\quad)=$　　같니?

ㄷ. $g(x)=\cos x$　대충그려봐~

$g(0.001)=0.999$　　$f(\quad)=$

$g(-0.001)=$　　$f(\quad)=$

$g(0)=$　　$f(\quad)=$　　같니?

[절대값 식풀기]

19. 함수 $f(x)=x|x|+|x-1|^3$에 대하여 $f'(0)+f'(1)$의 값은? [4점]

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]
[답 ②]
[출제의도] 도함수의 성질을 이해하여 절댓값을 포함하는 함수의 미분계수를 구한다.

$g(x)=x|x|$, $h(x)=|x-1|^3$으로 놓으면
두 함수 $g(x)$, $h(x)$는 실수 전체에서 미분가능하므로
함수 $f(x)$도 실수 전체에서 미분가능하다.
$g'(0)=0$, $h'(1)=0$이고
$x>0$일 때 $g(x)=x^2$,
$x<1$일 때 $h(x)=-(x-1)^3$이므로
$f'(0)=0+h'(0)=-3(0-1)^2=-3$
$f'(1)=g'(1)+0=2\cdot1=2$
$\therefore\ f'(0)+f'(1)=-3+2=-1$

일단 궁금한 것 $f'(0)+f'(1)$ 이구나.

1) $f'(0)$ 을 계산하기 위한 식은 누구니~

$f(x)=x|x|+|x-1|^3$
괜찮아 비정상

$f(x)=x^2-(x-1)^3$ 풀던가 바로 미분해~

$f'(x)=2x-3(\quad)$

$f'(0)=$

참고. $f(x)=-x^2-(x-1)^3$ 0보다 쪼작은 쪽에서는 이런식~

2) $f'(1)$ 을 계산하기 위한 식은 누구니~

$f(x)=x|x|+|x-1|^3$
괜찮아 괜찮아

$f(x)=x^2+(x-1)^3$ 풀던가 바로 미분해~

$f'(x)=2x+3(\quad)$

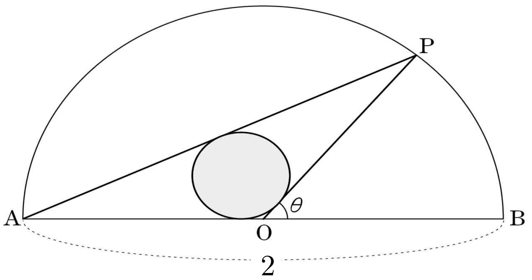
$f'(1)=$

참고. $f(x)=x^2-(x-1)^3$ 1보다 쪼작은 쪽에서는 이런식~

$f'(0)+f'(1)=$

[별표 별표 제일 어려운 도형주고 극한]

20. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 호 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle POB=\theta$일 때, 삼각형 PAO에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2}$의 값은? (단, $0<\theta<\pi$이다.) [4점]



① $\frac{\pi}{2}$　　② $\frac{\pi}{4}$　　③ $\frac{\pi}{8}$

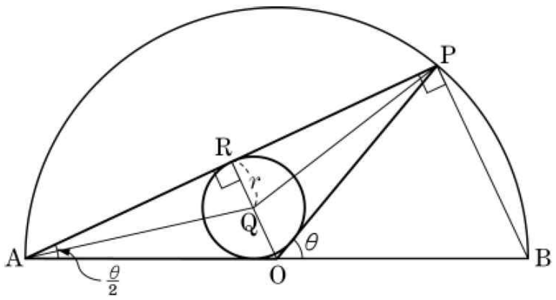
④ $\frac{\pi}{16}$　　⑤ $\frac{\pi}{32}$

[2012.03 서울교육청 가형]

[답 ④]

[출제의도] 삼각함수의 극한과 도형의 성질을 이용하여 함수의 극한값을 구한다.

삼각형 PAO에 내접하는 원의 중심을 Q, 반지름의 길이를 r라 하자.



$\triangle AOP = \triangle AOQ + \triangle OPQ + \triangle PAQ$이므로

$\frac{1}{2}\cdot\overline{AO}\cdot\overline{OP}\cdot\sin(\pi-\theta)=\frac{r}{2}\cdot\overline{AO}+\frac{r}{2}\cdot\overline{OP}+\frac{r}{2}\cdot\overline{PA}$

$\therefore\ \sin\theta = r(2+\overline{PA})$ … ㉠

직각삼각형 ABP에서

$\overline{PA}=\overline{AB}\cos\frac{\theta}{2}=2\cos\frac{\theta}{2}$ … ㉡이므로

㉠, ㉡에 의하여 $r=\frac{\sin\theta}{2+2\cos\frac{\theta}{2}}$이다.

따라서 $f(\theta)=\pi r^2=\frac{\pi\sin^2\theta}{\left(2+2\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}$이므로

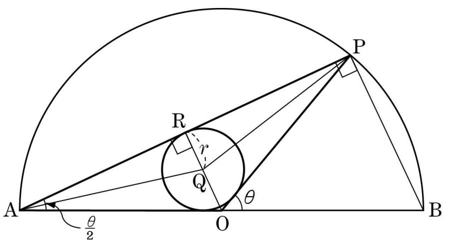
$$\lim_{\theta\to+0}\frac{f(\theta)}{\theta^2}=\lim_{\theta\to+0}\frac{\sin^2\theta}{\theta^2}\cdot\frac{\pi}{\left(2+2\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}$$

$$=\lim_{\theta\to+0}\frac{\sin^2\theta}{\theta^2}\cdot\lim_{\theta\to+0}\frac{\pi}{\left(2+2\cos\frac{\theta}{2}\right)^2}$$

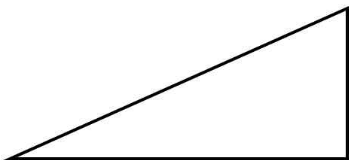
$$=1^2\cdot\frac{\pi}{16}=\frac{\pi}{16}$$

사실 풀이방법은 설계하기 나름이긴 하다.

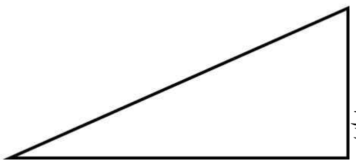
위에는 넓이로 하는법

	그래도 $\lim_{\theta \to +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2}$ 이걸 물어봤으니 sin 이나 tan 관련 식이라고 눈치~

1) 궁금한 것 내접원의 반지름 r 누구니? 그래서 넓이 πr^2누구니?
2) 위에서 닮음 닮음을 눈치챌수 있어야 한다는것, 이등변삼각형 인것도
3) PAO 각이 $\frac{\theta}{2}$의 반띵, 그 닮음으로 쪼개지니 QAO 각도 $\frac{\theta}{4}$
4) 넓이로 할래 길이로 할래? 고민해야 한다는 것
5) 넓이로 하더라도 AP 길이 알아야 되니 그냥 길이로 하지뭐.
6) 삼각형 ABP 에서

빗변 2  낀각 $\frac{\theta}{2}$ 바닥변 궁금	$\cos\frac{\theta}{2} = \frac{\text{바닥변}AP}{2}$ $\overline{AP} =$ $\overline{AR} = \overline{RP} =$

6) 삼각형 AQR 에서

 높이r궁금 낀각 $\frac{\theta}{4}$ $\overline{AR}$ 바닥변 알고	$\tan\frac{\theta}{4} = \frac{\text{높이}r}{\quad}$ $r = \left(\tan\frac{\theta}{4}\right)\left(\cos - \right)$

7) 이제 이거 하자

$$\lim_{\theta \to +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2} = \lim_{\theta \to +0} \frac{\pi(\qquad\qquad)}{\theta^2}$$ 계수비~

$$\lim_{\theta \to +0} \frac{f(\theta)}{\theta^2} = \frac{1}{\quad}\pi$$

[접선의 방정식]

23. 곡선 $y=e^{3-x}$ 위의 점 $(3, 1)$에서의 접선 및 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. (단, e는 자연로그의 밑이다.)　[3점]

[2012.03 서울교육청 가형]
[답 8]
[출제의도] 지수함수의 미분법을 이해하여 접선의 방정식을 구한다.
1) $y=e^{3-x}$ 에서 위의점 $(3, 1)$ 이라는 것 3대입시 1나와~

2) 도함수
$y = e^{3-x}$
$y' =$

$x=3$ 에서의 기울기 ?

3) 위의점 $(3, 1)$ 으로 맞춰주기
$y=$(기울기)$x+$(맞춰주기)
$y=(\quad)x+$(네모)

결국 접선 $y =$

4) 접선 및 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이? 삼각형
도형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(\quad)\times(\quad)=$

[무한대와 로피탈을 적절하게 이용]

24. 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{x^4}=4$
(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-x^2}{x-1}=3$

$f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]
[답 208]
[출제의도] 극한의 성질을 이해하여 조건을 만족시키는 다항함수를 구한다.
1) 조건 (가)에서 $f(x)$는 이차함수임을 알 수 있다.

$\lim_{x\to\infty}\frac{\{f(x)\}^2}{x^4}=4$ 위는 몇차? 그 최고차 누구?=

$f(x)$ 는 몇차? 최고차항의 계수가 양수인 다항함수 랬으니까

$f(x)=(\quad)x^2+bx+c$

2) 조건 (나)에서바로 로피탈

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-x^2}{x-1}=3$ 주어진 정보 0꼴 $f(1)=$

$\lim_{x\to1}\frac{f'(x)-}{1}$ $f'(1)=$

3) b하고 c 구함

$f(x)=2x^2+bx+c$

$f(1)=$

$f'(x)=$

$f'(1)=$

4) $f(10)=$

[부등식 분수부등식]

25. x에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x(x-2)(x+3) > 0 \\ \dfrac{x-n}{x+2} \le 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x의 개수가 15가 되도록 하는 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형]
[답 16]
[출제의도] 고차부등식과 분수부등식의 풀이 방법을 이해하여 연립부등식의 해를 구한다.

$x(x-2)(x+3)>0$에서
$-3<x<0$ 또는 $x>2$ … ㉠
$\dfrac{x-n}{x+2} \le 0$에서
$(x-n)(x+2) \le 0$, $x \ne -2$
$\therefore\ -2<x \le n$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$-2<x<0$ 또는 $2<x \le n$이므로
만족시키는 정수 x는 $-1, 3, 4, 5, \cdots, n$으로
$(n-1)$개이다.
따라서 $n-1=15$이므로 $n=16$이다.

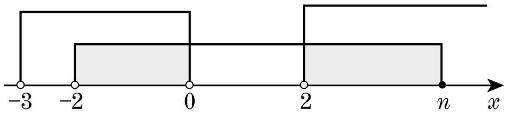
1) $x(x-2)(x+3) > 0$에서 삼차 그림을 옆에 그리고~ 위로~

$-3 < x < 0$ 또는 $x > 2$

2) $\dfrac{x-n}{x+2} \le 0$에서 완전제곱식으로 올리면~ 근데 엔은 자연수래. 엄청커

(　　)(　　) ≤ 0, $x \ne$
$\therefore\ -2 < x \le n$

3) 그림으로 표현하면~ 되는 정수가 15개 되게 하래.



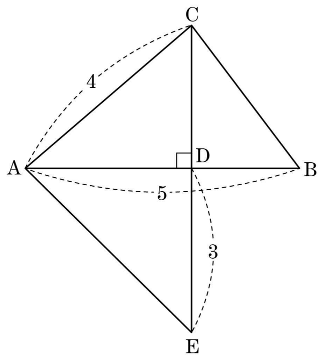
1개　　　　14개 필요 3, 4, 5, 6, ... 어디까지?

$n =$

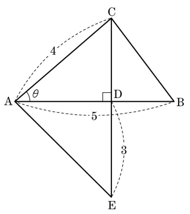
[최댓값 삼각함수의 합성 유형]

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=4$인 삼각형 ABC가 있다.

꼭짓점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 선분 CD의 연장선 위에 $\overline{DE}=3$을 만족시키는 점 E를 잡는다.
두 삼각형 ABC, AED의 넓이를 각각 S_1, S_2라 할 때, S_1+S_2의 최댓값을 M이라 하자. M^2의 값을 구하시오. (단, 각 CAB는 예각이다.) [4점]



[2012.03 서울교육청 가형]
[답 136]
[출제의도] 도형의 성질과 삼각함수의 합성을 이용하여 최댓값을 구한다.



$\angle CAB=\theta$라 하면 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$이고

$S_1=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 4\sin\theta$, $S_2=\frac{1}{2}\cdot 3\cdot 4\cos\theta$

$S_1+S_2=10\sin\theta+6\cos\theta$
$=\sqrt{136}\sin(\theta+\alpha)$

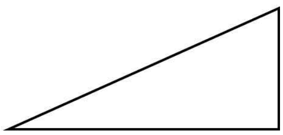
$\left(\cos\alpha=\frac{10}{\sqrt{136}},\ \sin\alpha=\frac{6}{\sqrt{136}}\right)$
따라서 S_1+S_2의 최댓값은 $\sqrt{136}$이다.
$\therefore\ M^2=136$

1) 고민 어디를 세타로 잡을까?

2) 일단 넓이를 어디를 구하래니 : $(\overline{AD})$ 도 세타로 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$

ABC넓이 $=\frac{1}{2}(\quad)(\quad)\sin($낀각 $\quad)$ AED 넓이 $=\frac{1}{2}(\overline{AD})(5)$

3) $(\overline{AD})$ 를 나타내 보자

 빗변 4 낀각 θ 바닥변 궁금	$\cos\theta=\frac{\text{바닥변}AD}{4}$ $\overline{AD}=$ AED 넓이 $=\frac{1}{2}(\overline{AD})(5)=$

$S_1+S_2==\frac{1}{2}(\quad)(\quad)\sin\theta+$

$S_1+S_2=(\quad)\sin\theta+(\quad)\cos\theta=\sqrt{\quad}\,sin(\theta+\alpha)$ 최대값 결정 끝~

$\therefore\ M^2=$ 참고로 ~ 이건 크로스~ $\left(\cos\alpha=\frac{10}{\sqrt{136}},\ \sin\alpha=\frac{6}{\sqrt{136}}\right)$

[4차식, 미분식의 정확한 이해가 관건, 고난이]

30. 함수 $f(x)=x^2(x-2)^2$이 있다. $0 \le x \le 2$인 모든 실수 x에 대하여

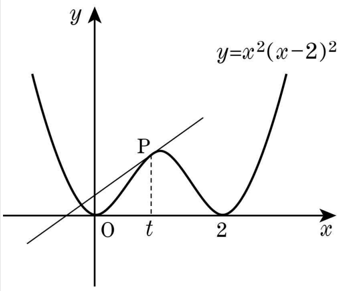
$f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$

를 만족시키는 실수 t의 집합은 $\{t \mid p \le t \le q\}$이다. $36pq$의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 가형][수2미통]

[답 32]

[출제의도] 주어진 함수의 그래프에서 접선이 곡선보다 위쪽에 놓이도록 하는 접점의 범위를 구한다.



직선 $y=f'(t)(x-t)+f(t)$는 곡선 위의 점 $\mathrm{P}(t, f(t))$에서의 접선이므로 접선이 주어진 곡선의 위쪽에 놓이려면 접점은 곡선이 위로 볼록한 부분의 점이다. 그런데 위로 볼록한 부분에 있는 점에서의 접선 중에는 구간 $[0, 2]$에서 $y=f(x)$의 그래프 아래쪽을 지나는 직선이 생길 수 있다. 그러므로 원점에서 그은 접선의 접점과 점 $(2, 0)$에서 그은 접선의 접점의 x좌표를 조사하면 된다.

$y=x^2(x-2)^2$ 에서

$y'=2x(x-2)^2+2x^2(x-2)$

$=4x(x-1)(x-2)$

점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$y-a^2(a-2)^2=4a(a-1)(a-2)(x-a)$

$x=0$, $y=0$을 대입하면

$-a^2(a-2)^2=-4a^2(a-1)(a-2)$

$\therefore\ a=\frac{2}{3}$

한편 곡선 $y=x^2(x-2)^2$은 직선 $x=1$에 대하여 대칭이므로 점 $(2, 0)$에서 그은 접선의 접점의 x좌표를 b라 하면 $\frac{2}{3}+b=2$에서 $b=\frac{4}{3}$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 실수 t의 값의 범위는 $\frac{2}{3} \le t \le \frac{4}{3}$이다.

$\therefore\ 36pq=36 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3}=32$

[모의해설]

1) 일단 그 개형은 대칭인 w 형태일 것이다. 왜? 0하고 2가 중근이니까

$$f(x)=x^2(x-2)^2=x^2(\qquad\qquad)=x^4-$$

2) $f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$: 4차식 $\le$ 기울기있는1차식 선

4차식 기울기만줌 숫자

3) 중요한 정보 : 선은 딱 하나 4차식 위의점 $x=t$ 에서 $y=f(t)$ 를 지난단다. 그 위에서의 접선의 방정식~?

4) <u>$0 \le x \le 2$인 모든 실수 x에 대하여</u> $f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$ 하게 하래

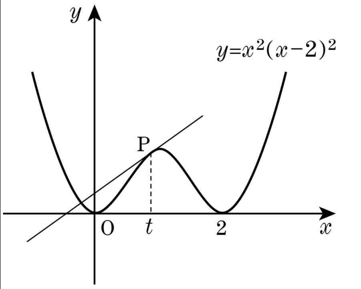
쉽게 말하면 0~2 에서 직선의 y높이가 위에 있으란 말야~

구간을 나눠 생각해보자

① 0보다 작은 곳에서 t가 있어서 거기 접선은?
(0~2 구간에서 직선이 아래야.) no

② 0~2 사이인 곳에서 t가 있어서 거기 접선은?
<u>(앞쪽에선 긴가민가, 볼록한데 뒤에선 직선이 위야.)</u>

③ 2보다 큰 곳에서 t가 있어서 거기 접선은?
(0~2 구간에서 직선이 아래야.) no



jina_ssam@naver.com

5) $f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$ 다시 식개념 으로 기울기 구하지

$$f(x)=x^2(x-2)^2=x^4-4x^3+4x^2$$

$$f'(x)=4x^3-12x^2+8x$$

$$f'(t)=4t^3-12t^2+8t=4t(t^2-3t+2)$$

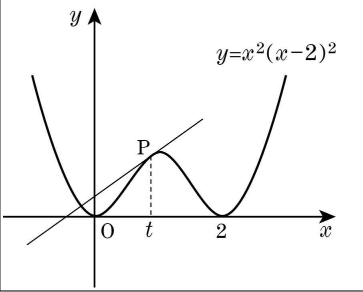
$x=t$에서 기울기는 = $4t(t-1)(t-2)$

$x=t$에서 위의점은 $f(t)=t^2(t-2)^2$

6) 접선의 방정식 이쁘게 정리해 보자

$$y=(\text{기울기})(x-t)+(\text{위의점}y)$$

$$y=(4t)(t-1)(t-2)(x-t)+t^2(t-2)^2$$



7) 만족시키는 실수 t의 집합은 $\{t \mid p \le t \le q\}$이다. $36pq$ 궁금하다
그런데 그림보고 눈치를 채보니 좀 앞에서는 안되는 이유는 원점!
접선이 $x=0$, $y=0$을 지나는 그 t가 궁금해~

$$y=(4t)(t-1)(t-2)(x-t)+t^2(t-2)^2$$

$$0=(4t)(t-1)(t-2)(-t)+t^2(t-2)^2$$

$$0=t^2(t-2)\{-4(t-1)+(t-2)\}$$: 식정리는 앞으로 묶어법

$$0=t^2(t-2)\{-4t+4+t-2\}$$

$$0=t^2(t-2)\{-3t+2\}$$ $t=\frac{2}{3}$

8) 좌우 대칭이니까 접선이 $x=2$, $y=0$을 지나는 그 t가 궁금해~

$t=\frac{4}{3}$

9) 실수 t의 값의 범위는 $\frac{2}{3} \le t \le \frac{4}{3}$이다.

$$\therefore\ 36pq=36\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}=32$$

[가형출제된 수1 문제 정리~]
[기본 로그~]

1. $\frac{1}{2}\log_3 6-\log_9 2$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{3}$　　② $\frac{1}{2}$　　③ $\frac{2}{3}$

④ 1　　⑤ $\frac{3}{2}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ②]
[출제의도] 로그의 밑을 같게 하여 로그의 계산을 한다.
$\frac{1}{2}\log_3 6-\log_9 2=\frac{1}{2}\log_3 6-\frac{1}{2}\log_3 2=\frac{1}{2}\left(\log_3 6-\log_3 2\right)=\frac{1}{2}\log_3\frac{6}{2}=\frac{1}{2}\log_3 3=\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}\log_3 6-\log_9 2$$

$$=\frac{1}{2}\frac{\quad}{\log 3}-\frac{\quad}{\log 9}$$

$$=\frac{\quad}{\log 9}-\frac{\quad}{\log 9}$$

$$=\frac{\quad}{\log 9}=$$

[행렬 정리하기 유형]

2. 두 행렬 $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\2 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}-1 & 2\\-1 & 3\end{pmatrix}$에 대하여 $2A=X-B$를 만족시키는 행렬 X의 모든 성분의 합은? [2점]

① -1 ② 0 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ⑤]
[출제의도] 행렬의 기본연산인 덧셈, 뺄셈, 실수배 등의 계산을 한다.

$2A=X-B$에서

$X=2A+B=$

바로 2배해 써버림

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 ( )이다.

[수1 최고차항의 비~]

3. $\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}-1}{(2^n+1)(2^n-1)}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$　　② 1　　③ 2

④ 4　　⑤ 8

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ④]
[출제의도] 무한등비수열의 극한값을 계산한다.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}-1}{(2^n+1)(2^n-1)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(\quad)4^n-1}{4^n-1}=$$

[밑이 다른 로그 정리하기]

10. $80^x=2$, $\left(\frac{1}{10}\right)^y=4$, $a^z=8$을 만족시키는 세 실수 x, y, z에 대하여 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}-\frac{1}{z}=1$이 성립할 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 32 ② 64 ③ 96

④ 128 ⑤ 160

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ②]

[출제의도] 지수법칙을 이용하여 조건을 만족시키는 미지수의 값을 구한다.

자주 나오는 바꿔치기를~ $80^{(\log_{누구}누구)}=2$

$80^x=2$ $80^{(\log_{누구}누구)}=2$ $x=\log_{80}2$	$\left(\frac{1}{10}\right)^y=4$ $y=\log_{\left(\frac{1}{10}\right)}(\quad)$	$a^z=8$ $z=\log_{(\quad)}(\quad)$
$x=\dfrac{\log 2}{\log 80}$	$y=\dfrac{\qquad}{\log\frac{1}{10}}$	$z=$

주어진 식은 $\frac{1}{x}+\frac{2}{y}-\frac{1}{z}=1$

$$\frac{1}{\frac{\log 2}{\log 80}}+\frac{2}{\frac{\log 4}{\qquad}}-\frac{1}{\frac{\qquad}{\qquad}}=1$$

$$\frac{\log 80}{\log 2}+\frac{2\log\frac{1}{10}}{2\log 2}-\frac{\log a}{\log 8}=1$$

$$\frac{\log 80}{\log 2}+\frac{\log\frac{1}{10}}{\log 2}-\frac{\log a}{\log 8}=1 \qquad \frac{\log 8}{\log 2}-\frac{\log a}{\log 8}=1$$

다나왔음~ 양수 a의 값은?

[별표별표 행렬 원하는 모양으로 정리~]

11. 역행렬을 갖는 이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A+A^{-1}=E$
(나) $A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$

행렬 A의 모든 성분의 합은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

① 11 ② 13 ③ 15

④ 17 ⑤ 19

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ②]

[출제의도] 행렬의 연산법칙과 역행렬의 뜻을 이해하여 행렬의 성분의 합을 구한다.

1) 계획을 세우자 $A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$ 를 알려줬으니

$A\begin{pmatrix}2 & \\ 3 & \end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & \\ 5 & \end{pmatrix}$ 구해서 구하면 되지

2) (가)의 양변에 행렬 A를 곱하면 $A^2+E=A$

$A^2+E=A$ 이거의 의미가 뭐니?

$(A^2+E)\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ $AA\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=$ $AA\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$	결국 우리가 원하는것? $AA\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$ $A\begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$

3) 이제 다했다 구하자~

$A\begin{pmatrix}2 & \\ 3 & \end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & \\ 5 & \end{pmatrix}$

$A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 5 & 2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}5 & -3\\ -3 & 2\end{pmatrix}=$

따라서 행렬 A의 모든 성분의 합은 13이다.

[급수의 형태-극한]

12. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 $n < a_n < n+1$을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$

④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] $\sum$의 성질과 극한의 성질을 이용하여 극한값을 구한다.

$n < a_n < n+1$ 이런 기호 나왔고.. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k$ 나왔으니까 아무래도

무한대 가면 같다부등호 규칙!!

$n < a_n < n+1$에서

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k = \lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^2}$$

$\sum_{k=1}^{n}(k) = \frac{\qquad}{2}$	$\sum_{k=1}^{n}(k+1) = \frac{\qquad}{2} +$

$\sum_{k=1}^{n}k < \sum_{k=1}^{n}a_k < \sum_{k=1}^{n}(k+1)$이므로

$$\frac{n(n+1)}{2} < \sum_{k=1}^{n}a_k < \frac{n(n+1)}{2} + n$$

$$\frac{n(n+1)}{2n^2} < \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n}a_k < \frac{n(n+1)}{2n^2} + \frac{1}{n}$$

무한대 가면 같다부등호 최고차항의 비

[무한등비급수 완전별표 완전가능]

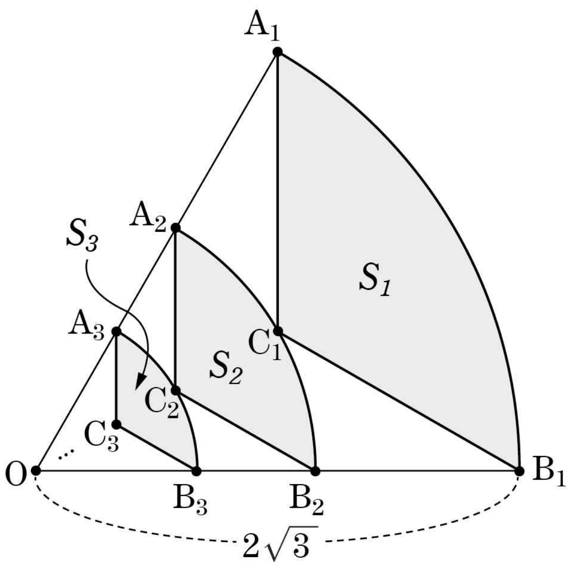
13. 그림과 같이 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}$이고 $\angle A_1OB_1 = 60°$인 부채꼴 A_1OB_1이 있다.

세 점 A_1, O, B_1을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_1OB_1의 무게중심을 C_1이라 할 때, 두 선분 A_1C_1, B_1C_1과 호 A_1B_1로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_1이라 하자.

점 O를 중심으로 하고 점 C_1을 지나는 원이 두 선분 OA_1, OB_1과 만나는 점을 각각 A_2, B_2라 하자. 세 점 A_2, O, B_2를 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_2OB_2의 무게중심을 C_2라 할 때, 두 선분 A_2C_2, B_2C_2와 호 A_2B_2로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_2라 하자.

점 O를 중심으로 하고 점 C_2를 지나는 원이 두 선분 OA_2, OB_2와 만나는 점을 각각 A_3, B_3이라 하자. 세 점 A_3, O, B_3을 꼭짓점으로 하는 삼각형 A_3OB_3의 무게중심을 C_3이라 할 때, 두 선분 A_3C_3, B_3C_3과 호 A_3B_3으로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_3이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 도형의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $2\pi - \sqrt{3}$ ② $2\pi - 2\sqrt{3}$ ③ $2\pi - 3\sqrt{3}$

④ $3\pi - 3\sqrt{3}$ ⑤ $3\pi - 4\sqrt{3}$

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ④]

[출제의도] 도형의 닮음을 이용하여 무한급수의 합을 구한다.

점 C_1은 정삼각형 A_1OB_1의 무게중심이므로 삼각형 A_1OC_1의 넓이와 삼각형 C_1OB_1의 넓이는 각각 삼각형 A_1OB_1의 넓이의 $\frac{1}{3}$이다. 따라서 삼각형 C_1OB_1의 넓이는 $\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot(2\sqrt{3})^2=\sqrt{3}$이다.

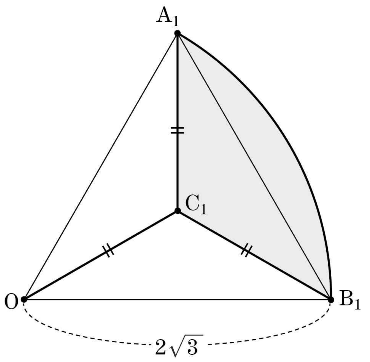
S_1은 부채꼴 A_1OB_1의 넓이에서 두 삼각형 A_1OC_1, C_1OB_1의 넓이를 뺀 값이므로

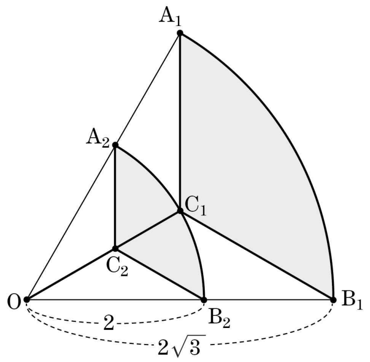
$S_1=\frac{1}{2}\cdot(2\sqrt{3})^2\cdot\frac{\pi}{3}-2\sqrt{3}=2\pi-2\sqrt{3}$

부채꼴 A_1OB_1과 부채꼴 A_2OB_2의 닮음비는 $2\sqrt{3}:2=\sqrt{3}:1$이므로 넓이의 비는 $3:1$이다.

따라서 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 $2\pi-2\sqrt{3}$, 공비가 $\frac{1}{3}$인 등비수열이다.

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{2\pi-2\sqrt{3}}{1-\frac{1}{3}}=3\pi-3\sqrt{3}$





한변의 길이가 $(2\sqrt{3})$ 인 부채꼴 1/6 쪽 넓이

$$\pi(\quad\quad)^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)=$$

한변의 길이가 $(2\sqrt{3})$ 인 정삼각형의 2/3 넓이 빠짐

$$\frac{\sqrt{3}}{4}(\quad\quad)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)=$$

초항

$$S_1=\quad\quad\quad\quad\quad\quad=2\pi-2\sqrt{3}$$

(처음한변길이 $\quad\quad$)(길이비? $\quad$)$=$(나중한변길이 $\quad$)

넓이비 $=$

$$\therefore \frac{a}{1-r}=\frac{\quad\quad}{1-\frac{1}{3}}=$$

[로그 식정리]

14. 신경세포 또는 근육세포와 같은 대부분의 세포에서는 흥분하지 않은 상태에서 세포의 외부와 내부의 전위차가 생기는데 이것을 휴지전위라고 한다.

세포의 외부와 내부의 칼륨이온 농도(단위는 mM)가 각각 $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$일 때의 휴지전위(단위는 mV)를 E_K라 하면 등식

$E_\mathrm{K}=t\left(\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}-\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}\right)$ (단, t는 양의 상수이다.)

$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$	$[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$	E_K
a	b	p
$10a$	b	$p+60$
10^2a	$\sqrt{10}\,b$	$p+q$

가 성립한다. $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}$, $[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}$, E_K의 값이 표와 같을 때, 실수 q의 값은? [4점]

① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 로그로 나타내어진 실생활 문제를 해결한다.

$E_\mathrm{K}=t\log\dfrac{[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}}{[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}}$ 이므로 $p=t\log\dfrac{a}{b}$

또, $p+60=t\left(1+\log\dfrac{a}{b}\right)$

$=t+t\log\dfrac{a}{b}$

$=t+p$

$\therefore\ t=60$

따라서 $p+q=t\log\dfrac{10^2a}{\sqrt{10}\,b}$

$=t\left(\dfrac{3}{2}+\log\dfrac{a}{b}\right)$

$=\dfrac{3}{2}t+p$

$\therefore\ q=\dfrac{3}{2}t=\dfrac{3}{2}\cdot 60=90$

$$E_\mathrm{K}=t\left(\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{O}-\log[\mathrm{K}^+]_\mathrm{I}\right)$$

1식 대입) $p=t(\log(\quad)-\log(\quad))$

2식 대입) $p+60=t(\log(\quad)-\log(\quad))$ 이쁘게

3식 대입) $p+q=t(\log(\quad)-\log(\quad))$ 이쁘게

실수 q의 값은?

[식정리하고 칸채우기]

17. 일반항이 $a_n = \dfrac{n(n+1)}{2}\,(n=1, 2, 3, \cdots)$인 수열 $\{a_n\}$에서 a_n의 값이 6의 배수인 항들을 작은 것부터 차례로 나열한 수열을 $\{b_n\}$이라 할 때, 다음은 $\displaystyle\sum_{k=1}^{4n} b_k$를 구하는 과정이다.

$a_{n+12} - a_n = \boxed{\text{(가)}}$이므로 $a_{n+12} - a_n$은 6의 배수이다. …… ㉠ $a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{12}$ 중에서 6의 배수인 것은 $a_3 = 6,\ a_8 = 36,\ a_{11} = 66,\ a_{12} = 78$이므로 $b_1 = a_3,\ b_2 = a_8,\ b_3 = a_{11},\ b_4 = a_{12}$이다. …… ㉡ ㉠, ㉡에서 $b_{4n-3} = a_{12n-9} = 6(4n-3)(3n-2)$ $b_{4n-2} = a_{12n-4} = 6(3n-1)(4n-1)$ $b_{4n-1} = \boxed{\text{(나)}}$ $b_{4n} = 6n(12n+1)$ 따라서 $\displaystyle\sum_{k=1}^{4n} b_k = \sum_{k=1}^{n}\left(\boxed{\text{(다)}}\right) = \boxed{}$

위의 (가), (나), (다)에 들어갈 식을 각각 $f(n),\ g(n),\ h(k)$라 할 때, $f(1)+g(2)+h(1)$의 값은? [4점]

① 552 ② 558 ③ 564 ④ 570 ⑤ 576

jina_ssam@naver.com

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ①]

[출제의도] 증명 과정을 이해하여 빈 칸에 들어갈 식을 구한다.

1) $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$라 할 때, $f(1)+g(2)+h(1)$

$a_{n+12}-a_n=$ (가) 이므로

$a_{n+12}-a_n=\frac{(n+12)(n+13)}{2}-\frac{n(n+1)}{2}$ $\qquad a_n=\frac{n(n+1)}{2}$

그냥 바로 1대입 $f(1)=\frac{(1+12)(1+13)}{2}-\frac{1(1+1)}{2}=$

$f(1)=90$

2) $a_3=6$, $a_8=36$, $a_{11}=66$, $a_{12}=78$이므로

$b_1=a_3$, $b_2=a_8$, $b_3=a_{11}$, $b_4=a_{12}$이다. …… ㉡ 순환을 이해하자

	$n=1$	$n=2$	$n=3$
$b_{4n-3}=a_{12n-9}=6(4n-3)(3n-2)$	$b_1=a_3=6$	$b_5=a_{15}=$	$b_9=a_{27}=$
$b_{4n-2}=a_{12n-4}=6(3n-1)(4n-1)$	$b_2=a_8=36$	$b_6=a_{20}=$	$b_{10}=a_{32}=$
$b_{4n-1}=$ (나)	$b_3=a_{11}=66$	$b_7=a_{23}=$	$b_{11}=a_{35}=$
$b_{4n}=6n(12n+1)$	$b_4=a_{12}=78$	$b_8=a_{24}=$	$b_{12}=a_{36}=$

즉 빈칸은?

$b_{4n-1}=a_{12n-1}=6n(12n-1)$

$g(2)=12(23)=276$

3) 빈칸은 사실 $\therefore \sum_{k=1}^{4n}b_k=\sum_{k=1}^{n}(b_{4k-3}+b_{4k-2}+b_{4k-1}+b_{4k})=\sum_{k=1}^{n}6(48k^2-24k+7)=6(16n^3+12n^2+3n)$

4개씩 n세트 하는건데 ~ 식정리 안하고 대입만 해도됨

따라서 $\sum_{k=1}^{4n}b_k=\sum_{k=1}^{n}($ (다) $)=$ ☐

$h(1)=b_1+b_2+b_3+b_4=$

$f(1)+g(2)+h(1)=90+276+186=552$

[행렬 문자정리]

18. 두 이차정사각행렬 A, B는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $BA+B=E$
(나) $A^2B=A+E$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. 행렬 B의 역행렬이 존재한다.
ㄴ. $AB=BA$
ㄷ. 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 ⑤]
[출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 행렬의 성질에 대한 명제의 참·거짓을 판정한다.
ㄱ. 조건 (가)에서
$BA+B=E$ 이렇게 묶어지지! $B(A+E)=E$ 이므로 $B^{-1}=A+E$ (참)

ㄴ. 역행렬 때문에 바꿔쓰기가 가능하므로 (참)
$(A+E)B=AB+B=E$
$AB=BA$
$AB=BA=E-B$

ㄷ. 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다? 어떻게 E관련인가...
ㄷ. $A^2B=A+E$ 정리해 보면?

$$A^2B=A(AB)=A(E-B)=A-AB=A+E$$

$$\therefore\ AB=-E=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

따라서 행렬 AB의 모든 성분의 합은 -2이다. (참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

[급수정의]

21. 자연수 n에 대하여 다음 시행을 한다.

n이 홀수이면 n에서 1을 빼고, n이 짝수이면 n을 2로 나눈다.

자연수 n이 1이 될 때까지 반복한 시행의 횟수를 a_n이라 정의하자. 예를 들어 $a_7=4$, $a_8=3$이다. $S_n=\sum_{k=2^n}^{2^n+3} a_k$라 할 때, S_{50}의 값은? (단, $a_1=0$이다.) [4점]

① 200 ② 201 ③ 202 ④ 203 ⑤ 204

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 ⑤]

[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 식의 값을 구한다.

1	$a_1=0$	$5\to4\to2\to1$	$a_5=3$
$2\to1$	$a_2=1$	$6\to3\to2\to1$	$a_6=3$
$3\to2\to1$	$a_3=2$	$7\to6\to3\to2\to1$	$a_7=4$
$4\to2\to1$	$a_4=2$	$8\to4\to2\to1$	$a_8=3$

궁금한것 $S_{50}=\sum_{k=2^{50}}^{2^{50}+3} a_k$

2^{50} $\qquad a_{2^{50}}=50$

$2^{50}+1\to2^{50}\to$ $\qquad a_{2^{50}+1}=51$

$2^{50}+2\to(2^{49}+1)\to2^{49}\to$ $\qquad a_{2^{50}+2}=51$

$2^{50}+3\to2^{50}+2\to(2^{49}+1)\to2^{49}\to$ $\qquad a_{2^{50}+2}=52$

$\therefore\ S_{50}=50+51+51+52=$

[등차수열의 등차]

22. 등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_1=4$, $a_2+a_3=17$일 때, a_4의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 13]
[출제의도] 등차수열의 뜻을 이해하여 등차수열의 항을 구한다.

$a_2+a_3=17$
$(a+d)+(\qquad\qquad)=17$

$d=$

$a_4=a+3d=$

[수열에 규칙을 발견]

26. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$, $a_2=1$이고 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+2}-a_{2n}=1$
(나) $a_{2n+1}-a_{2n-1}=0$

$a_{100}+a_{101}$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]
[답 51]
[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 항의 값을 구한다.
수열 $\{a_n\}$의 각 항을 구하면 다음과 같다.

(가) $a_{2n+2}-a_{2n}=1$
(나) $a_{2n+1}-a_{2n-1}=0$

$n=1$ 일 때~		$n=2$ 일 때~		$n=3$ 일 때~	
$a_4-a_2=1$	$a_4=2$	$a_6-a_4=1$	$a_6=3$	$a_8-a_6=1$	$a_8=4$
$a_3-a_1=0$	$a_3=1$	$a_5-a_3=0$	$a_5=1$	$a_7-a_5=0$	$a_7=1$

$a_{100}=$

$a_{101}=$

따라서 $a_{100}+a_{101}=$

[부분분수합 대입 or 식으로]

27. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $S_n = \dfrac{6n}{n+1}$이다. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1})$의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 9]

[출제의도] 수열의 합 S_n과 일반항 a_n의 관계를 이해하여 무한급수의 합을 구한다.

$S_n = \dfrac{6n}{n+1}$에서

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{6n}{n+1} - \frac{6(n-1)}{n} = \frac{6n^2 - 6(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{6}{n(n+1)}\ (n \ge 2)$$

$a_1 = S_1 = 3$이므로 $a_n = \dfrac{6}{n(n+1)}\ (n \ge 1)$

$$\therefore\ a_n + a_{n+1} = \frac{6}{n(n+1)} + \frac{6}{(n+1)(n+2)} = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) + 6\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)$$

$$\therefore\ \sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right) = 6\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$$

$$= 6\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right)$$

$$= 6\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 9$$

[다른풀이1]

$$\lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty}\frac{6n}{n+1} = 6$$

$$\lim_{n\to\infty} S_{n+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{6n+6}{n+2} = 6$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}(a_k + a_{k+1}) = \lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}a_k + \sum_{k=1}^{n}a_{k+1}\right) = \lim_{n\to\infty}(S_n + S_{n+1} - a_1) = \lim_{n\to\infty}S_n + \lim_{n\to\infty}S_{n+1} - a_1$$

$$= 6 + 6 - 3 = 9\ \ (\because a_1 = S_1 = 3)$$

[다른풀이2]

$$a_n + a_{n+1} = (S_n - S_{n-1}) + (S_{n+1} - S_n) = S_{n+1} - S_{n-1} = \frac{6(n+1)}{n+2} - \frac{6(n-1)}{n} = \frac{6n(n+1) - 6(n-1)(n+2)}{n(n+2)} = \frac{12}{n(n+2)} = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)(n \ge 2)$$

$a_1 + a_2 = S_2 = 4$이므로

$$a_n + a_{n+1} = 6\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)(n \ge 1)$$

$S_n = \dfrac{6n}{n+1}$ 필요한걸로 나타내지

$a_1 = \dfrac{6}{1+1} = \dfrac{6}{2}$	$a_1 = 3$	
$a_1 + a_2 = \dfrac{6 \cdot 2}{2+1} = \dfrac{12}{3}$	$a_2 = 1$	$a_1 + a_2 = 6\left(\dfrac{2}{3} - 0\right) = 6\left(\dfrac{2}{3}\right)$
$a_1 + a_2 + a_3 = \dfrac{6 \cdot 3}{3+1} = \dfrac{18}{4}$	$a_3 = \dfrac{7}{2}$	$a_2 + a_3 = 6\left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{2}\right) = 6\left(\dfrac{2}{8}\right)$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = \dfrac{6 \cdot 4}{4+1} = \dfrac{24}{5}$	$a_4 =$	$a_3 + a_4 = 6\left(\dfrac{4}{5} - \dfrac{2}{3}\right) = 6\left(\dfrac{2}{15}\right)$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = \dfrac{6 \cdot 5}{5+1} = \dfrac{30}{6}$	$a_5 =$	$a_4 + a_5 = 6\left(\dfrac{5}{6} - \dfrac{3}{4}\right) = 6\left(\dfrac{2}{24}\right)$

계속 더하는 의미를 알겠음~~

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6\left(\frac{2}{3} + \frac{2}{8} + \frac{2}{15} + \frac{2}{24} + \cdots\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6\left(\frac{2}{1 \cdot 3} + \frac{2}{2 \cdot 4} + \frac{2}{3 \cdot 5} + \frac{2}{4 \cdot 6} + \cdots\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n + a_{n+1}) = 6(2)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2}\right) = 6\left(\frac{3}{2}\right) = 9$$

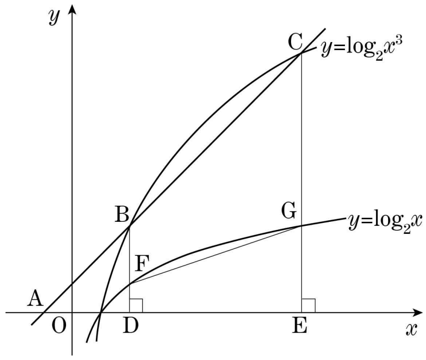
[로그함수의 값구하기]

29. 그림과 같이 x축 위의 한 점 A를 지나는 직선이 곡선 $y=\log_2 x^3$과 서로 다른 두 점 B, C에서 만나고 있다.

두 점 B, C에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, 두 선분 BD, CE가 곡선 $y=\log_2 x$와 만나는 점을 각각 F, G라 하자.

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = 1:2$이고, 삼각형 ADB의 넓이가 $\frac{9}{2}$일 때, 사각형 BFGC의 넓이를 구하시오.

(단, 점 A의 x좌표는 0보다 작다.) [4점]

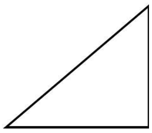
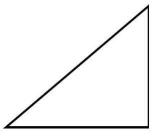


[2012.03 서울교육청 가형나형]

[답 24]

[출제의도] 로그함수와 도형의 성질을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.

길이로 해도 된다

빗변 k  BD = t	빗변 $3k$  CE = 3t
삼각형 ADB의 넓이가 $\frac{9}{2}$	삼각형 ACE의 넓이가 $\frac{81}{2}$

바닥 기준 BFED	사각형 BFGC
$\frac{1}{2}(t+3t)(\overline{DE})=\frac{72}{2}=36$ $2t=36$	$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{3}(t)+\frac{2}{3}(3t)\right)(\overline{DE})=\frac{2}{3}\cdot 36=24$

[나형 수학1 문제 정리~]
[역행렬은 금방 구하지]

4. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$에 대하여 행렬 $\frac{1}{2}A$의 역행렬의 모든 성분의 합은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ⑤]
[출제의도] 역행렬의 성질을 이해하여 역행렬을 구한다.

$A=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1}=$

$\left(\frac{1}{2}A\right)^{-1}=(\quad)A^{-1}$ 여기가 중요~

$2A^{-1}=$

따라서 구하는 행렬의 모든 성분의 합은 ( )이다.

[수렴하면 그 끝가로는 빵]

5. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1}$의 값은? [3점]

① -3　② -2　③ -1

④ 0　⑤ 1

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ①]

[출제의도] 수렴하는 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$과 $\lim_{n\to\infty} a_n$의 관계를 이용하여 극한값을 구한다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3$ 이므로 계속 더한것이?

맨 끝항쯤 가면 ? $\lim_{n\to\infty} a_n =$

(가장 중요한 정의!!)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2a_n - 3}{a_n + 1} = \frac{\quad}{\quad} =$$

[이외의 해를 갖도록~ 행렬5형제 5번]

6. x, y에 대한 연립방정식

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$

가 $x=1$, $y=1$ 이외의 해를 갖도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [3점]

① 0　② 2　③ 4

④ 6　⑤ 8

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] 행렬로 나타내어진 연립방정식의 해가 무수히 많을 조건을 구한다.

1) 바꿔쓰자~~

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} \log x \\ \log y \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$$

$x=1$, $y=1$ 이외의 해를 갖도록 : $X=$　　　, $Y=$　 이외의 해를 갖도록

2) 행렬을 푼다. 앞으로 보낸다.

$$\begin{pmatrix} (\quad) & 2 \\ 4 & (\quad) \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3) 비정상, ad-bc=0

따라서 $(\qquad)(\qquad) - \qquad = 0$에서

정리~

따라서 구하는 모든 실수 k의 값의 합은 4이다.

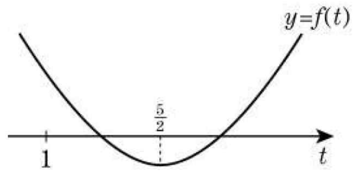
[지수방정식 특수한 경우 별표별표]

7. 지수방정식 $5^{2x}-5^{x+1}+k=0$이 서로 다른 두 개의 양의 실근을 갖도록 하는 정수 k의 개수는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ②]
[출제의도] 지수방정식의 풀이 방법을 이해하여 두 양의 실근을 가질 조건을 구한다.

$5^x=t$로 치환하면 주어진 방정식은
$t^2-5t+k=0$ ⋯ ㉠
$x>0$이면 $t>1$이므로 주어진 방정식이 서로 다른 두 양의 실근을 가지려면 ㉠이 1보다 큰 서로 다른 두 실근을 가져야 한다.
$f(t)=t^2-5t+k$라 놓으면 $y=f(t)$의 그래프는 다음과 같아야 한다.



$f(1)=1-5+k>0$ ⋯ ㉡
(판별식)$=25-4k>0$ ⋯ ㉢
㉡, ㉢에서 $4<k<\frac{25}{4}$, $k=5, 6$
따라서 구하는 정수 k의 개수는 2이다.

1) 우선 이런건 바로 치환이지

$5^{2x}-5^{x+1}+k=0$: $t^2-(\quad)t+k=0$

2) 일단 2개 실근 갖으세요 조건으로

$25-\qquad>0$

2) 꼭지점은 아마도 $x=\frac{5}{2}$ 가운데 인데, 양의근 가지라고?

$x>0$ $5^x>$ 별표별표. 즉 $t>1$ 를 가지삼!

$f(t)=t^2-5t+k$ 라고 하고

$f(1)=\qquad>0$

3) 정리하고 나면~ $4<k<\frac{25}{4}$

따라서 구하는 정수 k의 개수는 ( )이다.

[등차중항 로그정리]

8. 세 수 1, $\log_2(2^x+1)$, $\log_2(4^x-1)$이 이 순서대로 등차수열을 이루도록 하는 x의 값을 α라 할 때, 다음 중 옳은 것은?
[3점]

① $0<\alpha<1$ ② $1<\alpha<2$ ③ $2<\alpha<3$
④ $3<\alpha<4$ ⑤ $4<\alpha<5$

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ②]
[출제의도] 등차중항의 뜻을 이해하여 로그방정식의 해를 구한다.

세 수 1, $\log_2(2^x+1)$, $\log_2(4^x-1)$이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$(\text{가운데 두배}) = (\text{앞}) + (\text{뒤})$$

$$2\log_2(2^x+1) = 1+\log_2(4^x-1)$$

$$\log_2(2^x+1)^2 = \log_2(\quad) + \log_2(4^x-1)$$ 로그로 정리~ 안에따면

$$(2^x+1)^2 = 2(4^x-1)$$ 귀찮으니 t치환 펼쳐~

$$(t+1)^2 = 2(t^2-1)$$

$$t = 2^x = \qquad\qquad x = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2}$$

다음 중 가능한 보기는?

① $0<\alpha<1$ ② $1<\alpha<2$ ③ $2<\alpha<3$
④ $3<\alpha<4$ ⑤ $4<\alpha<5$

[계차수열의 정의]

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$a_{n+1}-a_n=2^{n-5}+n$

을 만족시킬 때, $a_{10}-a_7$의 값은? [3점]

① 40 ② 44 ③ 48

④ 52 ⑤ 56

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ④]

[출제의도] 계차수열의 뜻을 이해하여 두 항의 차를 구한다.

$a_{n+1}-a_n=b_n$으로 놓으면

$a_{10}-a_7=(a_{10}-a_9)+(a_9-a_8)+(a_8-a_7)=b_9+b_8+b_7=(2^4+9)+(2^3+8)+(2^2+7)=52$

해보자~ 1부터~

$a_{n+1}-a_n=2^{n-5}+n$

$n=1$ 일 때, $a_2-a_1=2^{1-5}+1=$ 요건 b_1

$n=2$ 일 때, $a_3-a_2=2^{2-5}+2=$

$n=3$ 일 때, $a_4-a_3=2^{3-5}+3=$

$n=4$ 일 때, $a_5-a_4=2^{4-5}+4=$

아 계차구만...

$a_{10}-a_7$ 궁금하다고 함

$a_{10}=a_1+\sum_{k=1}(b_k)=a_1+(b_1+b_2+b_3+\cdots+b\quad)$

$a_7=a_1+\sum_{k=1}(b_k)=a_1+(b_1+b_2+b_3+\cdots+b\quad)$

누구납니? $b_k=2^{k-5}+k$

$a_{10}-a_7=b_7+b_8+b_9=(\qquad)+(\qquad)+(\qquad)=$

[시그마 정리할줄 아니?]

15. n이 자연수일 때, x에 대한 방정식

$$\sum_{k=0}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2$$

의 0이 아닌 해를 $x=a_n$이라 하자. a_{10}의 값은? [3점]

① 180 ② 200 ③ 220 ④ 240 ⑤ 260

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] $\sum$의 성질을 이용하여 $\sum$로 나타내어진 방정식의 해를 구한다.

$\sum_{k=0}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2$에서

$x^2+\sum_{k=1}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2$

$x^2+\sum_{k=1}^{n}\{(x-k)^2-(x+k)^2\}=0$

$x^2-\sum_{k=1}^{n}4kx=0,\ x^2-4x\sum_{k=1}^{n}k=0$

$x^2-4x\cdot\dfrac{n(n+1)}{2}=0$

$x\neq 0$이므로 $x=2n(n+1)=a_n$

$\therefore\ a_{10}=20\cdot 11=220$

<u>주의주의 0부터래~</u>

$$\sum_{k=0}^{n}(x-k)^2=\sum_{k=0}^{n}(x^2-\qquad+\qquad)=x^2+\sum_{k=1}^{n}(x^2-\qquad+\qquad)$$

$$\sum_{k=1}^{n}(x+k)^2=\sum_{k=1}^{n}(x^2+\qquad+\qquad)$$

근데 두개가 같대 뭐가 같다?

$$x^2+nx^2-2x\sum_{k=1}^{n}(k)+\sum_{k=1}^{n}(k^2)=nx^2+2x\sum_{k=1}^{n}(k)+\sum_{k=1}^{n}(k^2)$$

사실 이렇게 해도 똑같아

$$x^2-4x\sum_{k=1}^{n}(k)=0$$

$$x^2-4x\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)=x\{x-\qquad\qquad\}$$

0말고 또다른근?

$x=$

$n=10$ 일때~ $a_{10}=x=$

[정의를 묻는 지수&로그]

16. 등식 $2^a=5^b$을 만족시키는 양의 실수 a, b에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $b=\frac{1}{2}$이면 $a=\log_4 5$이다.

ㄴ. $2<\frac{a}{b}<3$

ㄷ. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$은 무리수이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ③]

[출제의도] 지수와 로그의 성질을 이해하여 명제의 참·거짓을 판정한다.

ㄱ. $2^a=5^b$ 에서 $b=\frac{1}{2}$이면

$$2^{(\qquad)}=\sqrt{5},\quad a=\log_2\sqrt{5}=\frac{\log\sqrt{5}}{\log2}=\frac{\frac{1}{2}log5}{\log2}=\frac{\log5}{\log4}\ (참)$$

ㄴ. $2^a=5^b$에서 $\frac{a}{b}$ 를 찾아내려면 앞으로 묶기

$$(2^a)^{\frac{1}{b}}=(5^b)^{\frac{1}{b}}= \qquad 2^{\frac{a}{b}}=5$$

$$\therefore\ \frac{a}{b}=\log_2 5=2.XXX \qquad (참)$$

ㄷ. $2^a=5^b=k\ (k>1)$ 뭔지는 모르지만~ 달라지지~k에 따라~

$$a=\log_2 k=\frac{\log k}{\log2} \qquad b=\log_5 k=\frac{\log k}{\log5}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{\log2}{\log k}+\frac{\log5}{\log k}=\frac{\log10}{\log k}$$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$은 유리수도 가능하지~

[부분분수합]

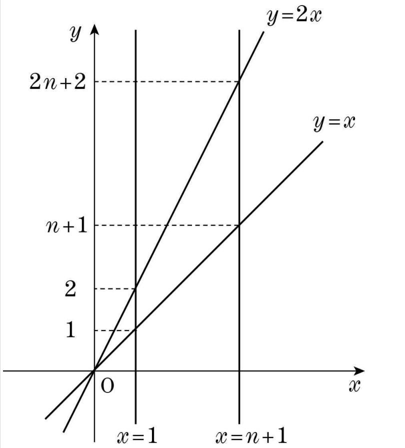
19. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 네 직선 $x=1$, $x=n+1$, $y=x$, $y=2x$로 둘러싸인 사각형의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$　　② 1　　③ $\frac{3}{2}$

④ 2　　⑤ $\frac{5}{2}$

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 ③]
[출제의도] 도형의 넓이를 나타내는 수열을 구한 후 부분분수로 변형하여 무한급수의 합을 구한다.

네 직선 $x=1$, $x=n+1$, $y=x$, $y=2x$로 둘러싸인 사각형은?
도형 그리고 색칠하자~



$$\frac{1}{2}(\text{왼쪽변}+\text{오른쪽변})(\text{높이})$$
$$=\frac{1}{2}(\qquad\qquad)(\quad)$$
$$=\frac{n(n+2)}{2}$$

결국 이걸 구하래~

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n(n+2)}=\frac{2}{1\cdot 3}+\frac{2}{2\cdot 4}+\frac{2}{3\cdot 5}+\frac{2}{4\cdot 6}+\cdots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{S_n}=(2)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\quad+\frac{\quad}{\quad}\right)=$$

[지표가수 관련 작년 3월, 수능 등에 출제]

20. 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

(가) $[\log_3 n]=3$
(나) $[\log n^2]=[\log 2n]+2$

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 ④]

[출제의도] 상용로그의 지표의 성질을 이용하여 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 구한다.

1) 일단 가부터 보자~ $[\log_3 n]=3$, $\log_3 n=3.XXX$

$n=27,28,29,30,31,32,\cdots,80$

2) 이건 상용로그구나 : $[\log n^2]=[\log 2n]+2$ 확인하자~

왼쪽 오른쪽 중에 좀더 쉬운것 기준으로 나눠봄 앞기준~

$\log(2n)=1.XXX$ $n=27,28,29,30,31,32,\cdots,49$

식에서 오른쪽의미 $2\log n=3.XXX$	$3\le \log n^2<4$ 의미는 제곱한게 1000~10000	$3\le 2\log n<4$ $\frac{3}{2}\le \log n<2$ $10\sqrt{10}\le n<100$

$n=32,\cdots,49$ (18개)

$\log(2n)=2.XXX$ $n=50,51,52,53,\cdots,80$

식에서 오른쪽의미 $2\log n=4.XXX$	$4\le \log n^2<5$ 의미는 제곱한게 10000~100000	$4\le 2\log n<5$ $2\le \log n<\frac{5}{2}$ $100\le n<100\sqrt{10}$

$n=$없음 (0개)

따라서 구하는 자연수 n의 개수는 18이다.

[지수식 제곱하여 정리하기]

23. $a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=10$을 만족시키는 양수 a에 대하여 $a+a^{-1}$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 98]
[출제의도] 지수법칙을 이해하여 식의 값을 구한다.

$a^{\frac{1}{2}}+a^{-\frac{1}{2}}=10$ 에서 주어진 정보

$$\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)=10$$

$$\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\left(\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\right)=a+1+1+\frac{1}{a}=$$

$$a+a^{-1}=$$

[로그함수 이동]

24. 함수 $y=\log_3\left(\frac{x}{9}-1\right)$의 그래프는 함수 $y=\log_3 x$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 것이라 할 때, $10(m+n)$의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 70]
[출제의도] 로그의 성질을 이해하여 로그함수의 그래프를 평행이동시킨 그래프의 식을 구한다.

$$y=\log_3\left(\frac{x}{9}-1\right)$$

$$y=\log_3\left\{(x-\quad)\left(\frac{1}{9}\right)\right\}$$

$$y=\log_3(x-9)+\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$$

$$y=\log_3(x-9)-(\quad)$$

x축의 방향으로 얼마만큼?
y축의 방향으로 얼마만큼?

$10(m+n)=$

[행렬그래프]

25. 꼭짓점의 개수가 5인 그래프 G의 연결 관계를 나타내는 행렬을 P라 할 때, 행렬 P의 (i, j) 성분 a_{ij}는 다음과 같다.

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & (i+j\text{가 짝수일 때}) \\ 1 & (i+j\text{가 홀수일 때}) \end{cases} \quad (i=1,2,3,4,5,\ j=1,2,3,4,5)$$

그래프 G의 변의 개수를 m이라 할 때, m^2의 값을 구하시오. [3점]

[2012.03 서울교육청 나형]

[답 36]

[출제의도] 그래프의 연결 관계를 나타내는 행렬의 뜻을 이해하여 그래프의 변의 개수를 구한다.

조건에 따라 행렬 P를 구하면 다음과 같다.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

전체 안의 합 =

선갯수는 반띵 =

$$m^2 =$$

[수열의 극한 묶어서 표현하기]

28. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$
(나) $\lim_{n\to\infty} (2a_n - 5b_n) = 3$

$\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n+3b_n}{a_n+b_n} = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)
[4점]

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 23]
[출제의도] 수렴하는 수열에 대한 극한의 성질을 이해하여 극한값을 구한다.

1) 이해하기 $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ 엄청크다

2) $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{a_n}=0$

3) 나눌수 있다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n-5b_n}{a_n}=0$ $\quad 2-\lim_{n\to\infty}\frac{5b_n}{a_n}=0$

$\lim_{n\to\infty}\frac{5b_n}{a_n}=2$ $\quad \lim_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=\frac{2}{5}$

4) 같은걸로 표현하자

$$\lim_{n\to\infty}\frac{2a_n+3b_n}{a_n+b_n} = \lim_{n\to\infty}\frac{2+3\left(\text{—}\right)}{1+\left(\text{—}\right)} = \underline{\qquad\qquad}$$

$\therefore\ p+q =$

[급수 규칙발견]

30. 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 점 P_n, Q_n을 다음 규칙대로 잡는다.

(가) 점 P_1의 좌표는 $(0, 0)$이다.
(나) 점 P_n을 x축의 방향으로 n만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동시킨 점은 Q_n이다.
(다) 점 Q_n을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동시킨 점은 P_{n+1}이다.

점 Q_n의 좌표를 (a_n, b_n)이라 할 때, $a_{21}+b_{21}$의 값을 구하시오. [4점]

[2012.03 서울교육청 나형]
[답 462]
[출제의도] 조건을 만족시키는 수열을 추론하여 항의 값을 구한다.
점 P_n, Q_n의 좌표는 다음과 같다.

	Q_n 의 x 좌표 기준	Q_n 의 y 좌표 기준
$\mathrm{P}_1(0, 0)$, $\mathrm{Q}_1(1, 1)$ $\mathrm{P}_2(0, 2)$, $\mathrm{Q}_2(2, 4)$ $\mathrm{P}_3(1, 5)$, $\mathrm{Q}_3(4, 8)$ $\mathrm{P}_4(3, 9)$, $\mathrm{Q}_4(7, 13)$ $\mathrm{P}_5(6, 14)$, $\mathrm{Q}_5(11, 19)$ $\mathrm{P}_6(10, 20)$, $\mathrm{Q}_6(16, 26)$ ⋮	$a_1=1$ $a_2=1-1+2$ $a_3=1-1+2-1+3$ $a_4=1-1+2-1+3-1+4$	$b_1=1$ $b_2=1+1+2$ $b_3=1+1+2+1+3$ $b_4=1+1+2+1+3+1+4$

$$a_{21}=-20+\sum_{k=1}^{21}k= \qquad =211$$

$$b_{21}=+20+\sum_{k=1}^{21}k= \qquad =251$$

$a_{21}+b_{21}=$

[2012.03.14 서울교육청 고3 모의고사 가형-수2]

총 3점X9 4점X6개	수학2 범위	+ 가능
04(3)	sin cos 공식	
05(3)	무리방정식 범위별 무연근 중요	
06(3)	sin cos 공식	
07(3) ☺	삼차함수 공식으로 무한대, 극값정의	
08(4) ☺☺	그림보고 근찾는 문제	
09(3) ☺	속도가 반대방향 ~ 곱해서 마이너스	
15(3) ☺☺	ln의 미분 정의	
16(4) ☺	0.001, -0.001, 0 으로 연속 판단하기	
19(4) ☺	절대값있을 때, 식 고치기 한 후 미분	
20(4) ☺☺☺☺☺	그림주어지고 lit 하는 문제	
23(3)	접선의 방정식	
24(3) ☺	다항함수와 로피탈	
25(3) ☺	분수부등식 정리	
28(4) ☺☺☺	합성함수의 최대값	
30(4) ☺☺☺☺☺	고난이도 4차식과 접선	

총 2점X3,3점X4,4점X8	수학1 범위	+ 가능
01(2)	로그정리	공
02(2)	행렬연산	공
03(2)	극한 최고차항	공
10(3) ☺	로그 밑이 다를때 정리	공
11(4) ☺	주어진 정보로 행렬 A 알아내기	공
12(3) ☺	부등호 양쪽에 있을때 극한가면 같다부등호	공
13(4) ☺☺☺☺☺	무한급수의 수렴	공
14(4) ☺	로그 식 3개 세워서 정리	공
17(4) ☺☺☺☺☺	귀납법 칸채우기	공
18(4) ☺☺☺	행렬의 문자정리	공
21(4) ☺☺☺	급수의 정의	공
22(3)	등차수열	공
26(3) ☺☺	수열 규칙발견	공
27(4) ☺☺☺☺☺	부분분수합	공
29(4) ☺☺☺	로그함수에서 삼각형, 사다리꼴 넓이 표현	공

[2012.03.14 서울교육청 고3 모의고사 나형-수1]

총 3점X9 4점X6개	수학1 범위	+ 가능
04(3)	역행렬	
05(3)	급수가 수렴할때 극한값은 영	
06(3)	이외의 해를 가질때, 행렬 5형제 5번	
07(3) ☺☺	지수방정식 정리	
08(4) ☺☺	등차수열과 로그 정리	
09(3) ☺	계차수열의 정의	
15(3) ☺☺☺☺☺	시그마를 잘 정리하는법	
16(4) ☺☺☺	로그, 지수의 성질	
19(4) ☺☺☺	도형의 넓이로 부분분수합	
20(4) ☺☺☺☺☺	지표가수의 성질을 이용한, 자연수의 갯수	
23(3)	지수식 제곱하여 정리하기	
24(3)	로그함수의 이동	
25(3)	행렬그래프 변의 갯수	
28(4) ☺	수열의 극한 묶어서 표현하기	
30(4) ☺☺☺	급수 규칙발견	