2021학년도 대학수학능력시험 모의평가 1회

수학 영역(나형) 해설지

Epsilon

정답 및 해설

1) [정답] ⑤ (출제자 : 20 김유진)

[출제의도] 지수법칙을 이용하여 식의 값을 구할 수 있는가?

[해설]

$$\sqrt{6}\times 24^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2}}\times 6^{\frac{1}{2}}\times (2^2)^{\frac{1}{2}} = 6\times 2 = 12$$

2) [정답] ④ (출제자 : 19 강종우)

[출제의도] 간단한 미분계수를 구할 수 있는가?

[해설]

$f'(x)=6x^2+10x$, $f'(1)=16$

3) [정답] ① (출제자 : 20 김태희)

[출제의도] 간단한 삼각함수의 값을 구할 수 있는가?

[해설]

$$\tan\frac{11}{6}\pi = \tan\left(2-\frac{1}{6}\right)\pi = -\tan\frac{1}{6}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

4) [정답] ④ (출제자 : 20 김동해)

[출제의도] 독립인 두 사건의 확률을 계산할 수 있는가?

[해설]

사건 A 와 B 가 독립이므로 사건 A^C 와 B 도 서로 독립이다.

따라서 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)$ 이고, $\mathrm{P}(A^C\cap B)=\mathrm{P}(A^C)\mathrm{P}(B)$ 이다.

$$\mathrm{P}(A\cup B) = \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B) = \mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A)\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2},$$

$(1-\mathrm{P}(A))\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$ 이고 $\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3}$ 이므로 $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{4}$ 이다.

5) [정답] ② (출제자 : 20 정원철)

[출제의도] 간단한 다항함수의 극한을 구할 수 있는가?

[해설]

$$\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{x^3+1} = \lim_{x\to -1}\frac{x+1}{(x+1)(x^2-x+1)} = \lim_{x\to -1}\frac{1}{x^2-x+1} = \frac{1}{3}$$

6) [정답] ④ (출제자 : 19 백수정)

[출제의도] 간단한 등비수열의 항을 구할 수 있는가?

[해설]

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 $r\,(r>0)$ 라 하면

$a_n=2r^{n-1}$ 이므로

$a_2\times a_3=a_5$ 에서 $2r\times 2r^2=2r^4$ 이고,

$4r^3=2r^4$ 이다.

$r>0$ 이므로 $r=2$ 이다.

따라서 $a_6=2r^5=64$ 이다.

7) [정답] ⑤ (출제자 : 20 김동해)

[출제의도] 함수의 그래프를 보고 극한값을 구할 수 있는가?

[해설]

$\lim_{x\to -1-}f(x)=1$, $\lim_{x\to 0+}f(x)=1$

따라서 $\lim_{x\to -1-}f(x)+\lim_{x\to 0+}f(x)=2$ 이다.

8) [정답] ① (출제자 : 19 정재훈)

[출제의도] 극값의 정의를 이용하여 함수를 추론할 수 있는가?

[해설]

다항함수가 $x=1$ 에서 극대이므로 $f'(1)=0$ 이다.

$f'(x)=3x^2-2kx+5$

$f'(1)=8-2k=0$ 이므로 $k=4$ 이다.

$f(x)=x^3-4x^2+5x-4=x^2(x-4)+5x-4$

$f(4)=16$

9) [정답] ④ (출제자 : 20 송문주)

[출제의도] 확률분포표를 이용하여 평균을 구할 수 있는가?

[해설]

확률의 총 합은 1 이므로 $3a+\frac{1}{2}=1$ 이다.

따라서 $a=\frac{1}{6}$ 이다.

$\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{4}x_ip_i=\frac{1}{6}+2\times\frac{1}{6}+1+4\times\frac{1}{3}=\frac{17}{6}$ 이므로

$\mathrm{E}(6X-2)=6\mathrm{E}(X)-2=6\times\frac{17}{6}-2=15$

10) [정답] ③ (출제자 : 20 김동연)
[출제의도] 로그의 성질을 이용해 미지수의 값을 구할 수 있는가?

[해설]
삼각형 OAB 의 넓이가 x 축에 의해 이등분되려면 선분 AB 의 중점이 x 축 위에 있어야 한다.
따라서 $\log_2 2a + \log_4 \frac{1}{a} = 0$ 이어야 한다.
$\log_2 2a + \log_4 \frac{1}{a} = \log_4 4a^2 + \log_4 \frac{1}{a} = \log_4 4a = 0$
따라서 $4a = 1$, 즉 $a = \frac{1}{4}$ 이다.

11) [정답] ③ (출제자 : 20 이도윤)
[출제의도] 표본평균을 이용하여 모평균의 신뢰구간을 구할 수 있는가?

[해설]
모표준편차가 σ 이고, 표본의 크기가 36 이므로
표본평균 $\overline{x} = 52$ 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간은
$52 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{36}} \le m \le 52 + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{36}}$ 이다.
즉 $52 + 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{36}} = 57.88$ 이므로
$1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{36}} = 5.88$, $\sigma = 18$ 이다.
한편, $a = 52 - 1.96 \times \frac{\sigma}{\sqrt{36}} = 52 - 1.96 \times \frac{18}{\sqrt{36}} = 46.12$ 이다.
따라서 정답은 $a - \sigma = 46.12 - 18 = 28.12$ 이다.

[별해]
표본평균 $52 = \frac{a + 57.88}{2}$ 이므로 $a = 104 - 57.88 = 46.12$ 이다.

12) [정답] ⑤ (출제자 : 20 이도윤)
[출제의도] 곡선과 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있는가?

[해설]
$f(x) = g(x)$ 에서 $-x^2 + 3x = -2x + 4$, $x^2 - 5x + 4 = 0$ 이다.
따라서 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프는 $x = 1$ 과 $x = 4$ 에서 교점을 갖는다.

$$S_1 = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^2 g(x)\,dx$$
$$= \int_0^1 (-x^2 + 3x)\,dx + \int_1^2 (-2x + 4)\,dx$$
$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2\right]_0^1 + \left[-x^2 + 4x\right]_1^2$$
$$= \frac{7}{6} + 1 = \frac{13}{6}$$

$$S_2 = \int_1^4 \{f(x) - g(x)\}\,dx$$
$$= \int_1^4 (-x^2 + 5x - 4)\,dx$$
$$= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 4x\right]_1^4$$
$$= \frac{9}{2}$$

따라서 $S_2 - S_1 = \frac{9}{2} - \frac{13}{6} = \frac{7}{3}$ 이다.

[별해]
$\int_1^2 g(x)\,dx$ 는 세 점 $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(1, 2)$ 를 꼭짓점으로 갖는 삼각형의 넓이이므로
$\frac{1}{2} \times 1 \times 2 = 1$ 로 값을 바로 구할 수 있다.
또한 S_2 는 $S = \frac{|k|(\beta - \alpha)^3}{6}$
(α, β 는 곡선과 직선의 교점의 x 좌표, k 는 최고차항의 계수) 공식을 이용하여
$S_2 = \frac{(4-1)^3}{6} = \frac{9}{2}$ 로 값을 바로 구할 수 있다.

13) [정답] ② (출제자 : 20 이선우)
[출제의도] 삼각함수의 성질을 이용해 개형을 유추할 수 있는가?

[해설]
$f(x) = 3\sqrt{1 - \sin^2 2x} + 5 = 3|\cos 2x| + 5$ 이다.
이때, 주기부터 구해보면 $\frac{2\pi}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$ 이다.
최댓값은 $3 + 5 = 8$, 최솟값은 $0 + 5 = 5$ 이다.
따라서 $a = \frac{\pi}{2}$, $b = 8$, $c = 5$ 이므로 $abc = 20\pi$ 이다.

14) [정답] ③ (출제자 : 19 장지원)
[출제의도] 속도함수의 적분을 이용하여 점의 위치를 구할 수 있는가?

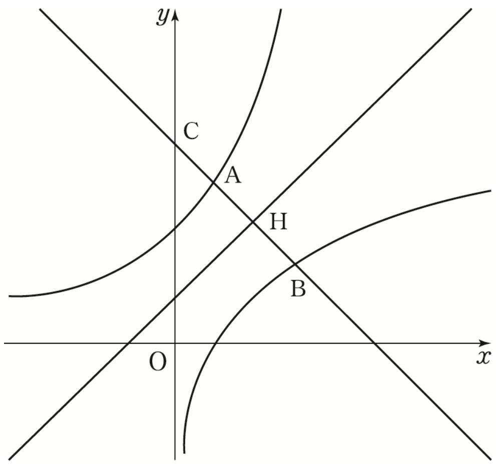
[해설]
시각 t 에 따른 점 P 의 위치를 $f(t)$ 라 하면
$f(t)$ 는 $v(t)$ 의 적분이므로
$f(t) = t^3 - \frac{k}{2}t^2 + 2t + C$ 이다. (단, C 는 상수)
이때 $f(1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로
$\begin{cases} 3 - \frac{k}{2} + C = 0 \\ 12 - 2k + C = 0 \end{cases}$ 이다. 따라서 $k = 6$ 이고, $C = 0$ 이다.

$f(t) = t^3 - 3t^2 + 2t = t(t-1)(t-2)$ 이므로
구하고자 하는 $f(6)$ 의 값은 $6 \times 5 \times 4 = 120$ 이다.

15) [정답] ① (출제자 : 19 황주영)
[출제의도] 지수함수와 로그함수의 대칭성을 활용하여 간단한 문제를 해결할 수 있는가?

[해설]
두 곡선 $y = a^x + 1$, $y = \log_a(x-1)$ 은 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.
즉, 각각의 그래프를 x 축 방향으로 -1 씩 평행이동 시켜 보면 두 곡선 $y = a^{x+1} + 1$ 와 $y = \log_a x$ 는 직선 $y = x + 1$ 에 대하여 대칭임을 알 수 있다.

따라서 문제의 상황을 그려보면 아래 그림과 같다.



두 직선 $y=x+1$ 과 $y=-x+5$ 의 교점을 H 라 하면 $\mathrm{H}(2,\,3)$ 이고, 문제의 조건에 의해 $\overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{CA}}=2\overline{\mathrm{AH}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CA}}=\overline{\mathrm{AH}}$ 이다.
즉, 점 A 는 선분 CH 의 중점이다. 따라서 점 A 의 좌표는 $\mathrm{A}(1,\,4)$ 이고, 점 A 는 $y=a^{x+1}+1$ 위의 점이므로 대입하면 $a^2=3$ 이다.
따라서 $a=\sqrt{3}$ 이다. ($\because a>1$)

16) [정답] ② (출제자 : 19 윤황규)

[출제의도] 중복조합을 이용하여 복잡한 경우의 수를 구할 수 있는가?

[해설]
조건 (가)에 의해 각 필통에 들어갈 수 있는 샤프의 개수는 0 , 1 , 2 이다.
서로 다른 샤프를 각각 A ,B ,C 라 하자.

ⅰ) 서로 다른 샤프를 각각 1 개씩 필통에 넣는 경우
이 경우 같은 종류의 필통 4 개는 각각 A 가 들어간 필통, B 가 들어간 필통, C 가 들어간 필통, 아무것도 들어가지 않은 필통으로 구분된다.
샤프가 들어있지 않은 필통에 연필을 1 개 넣으면 남은 연필의 개수는 3 이다.
서로 다른 필통 4 개를 중복을 허락하여 3 번 선택하는 경우의 수는 ${}_4\mathrm{H}_3=20$ 이다.

ⅱ) 어느 한 필통에 서로 다른 샤프를 2 개 넣는 경우
샤프 A ,B ,C 중 2 개를 고르는 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2$ 이다.
예를 들어, 샤프 A , B 가 한 필통에 들어간다고 가정해보자.
이 경우 같은 종류의 필통 4 개는 A , B 가 들어간 필통, C 가 들어간 필통, 아무것도 들어있지 않은 필통 2 개로 구분된다.
조건 (나)에 의해 아무것도 들어있지 않은 필통 2 개에 연필을 각각 1 개씩 넣으면 남은 연필의 개수는 2 이다.
이때 샤프가 들어있지 않은 필통은 각각 같은 종류의 연필이 1 개씩 들어있으므로 서로 구분되지 않는다.

남은 연필 2 개를 한 필통에 모두 넣는 경우
샤프 A , B 를 넣은 필통에 넣거나
샤프 C 를 넣은 필통에 넣거나
연필 1 개를 넣은 필통에 넣으면 되므로
구하는 경우의 수는 3 이다.

남은 연필 2 개를 따로 넣는 경우
샤프 A , B 를 넣은 필통과 샤프 C 가 들어간 필통에 넣거나
샤프 A , B 를 넣은 필통과 샤프가 들어있지 않은 필통에 넣거나
샤프 C 를 넣은 필통과 샤프가 들어있지 않은 필통에 넣거나
샤프를 넣지 않은 필통 2 개에 각각 넣는 경우이므로
구하는 경우의 수는 4 이다.
ⅱ)의 경우의 수는 ${}_3\mathrm{C}_2(3+4)=21$ 이다.

전체 경우의 수는 $20+21=41$ 이다.

17) [정답] ④ (출제자 : 19 황주영)

[출제의도] 함수의 극한의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?

[해설]
$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{f(x)(x-1)}{f(x)+x-1}=-\frac{1}{2}$ 에서 분자가 0 으로 수렴하는데 극한값이 0 이 아니므로 분모 또한 0 으로 수렴해야 함을 알 수 있다. 따라서
$f(1)+1-1=0$ 이므로 $f(1)=0$ 이다.
즉, $f(x)=(x-1)(x^2+ax+b)$ (a ,b 는 상수)와 같이 나타낼 수 있고, 이를 다시 조건식에 대입해보자.
$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)^2(x^2+ax+b)}{(x-1)(x^2+ax+b)+x-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+ax+b)}{x^2+ax+b+1}=-\frac{1}{2}$$
이고,
위 식에서 또다시 분자가 0 으로 수렴하는데 극한값이 0 이 아니므로 분모 또한 0 으로 수렴해야 함을 알 수 있다.

따라서 $1+a+b+1=0$ 에서 $b=-2-a$ 이고. 다시 대입하면
$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+ax-a-2)}{x^2+ax-a-1}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+ax-a-2)}{(x-1)(x+1+a)}$$ 이다

ⅰ) $a\neq-2$ 인 경우
$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+ax-a-2)}{(x-1)(x+1+a)}=-\frac{1}{2+a}=-\frac{1}{2}$ 이므로 $a=0$ 이다.

ⅱ) $a=-2$ 인 경우
$$\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2+ax-a-2)}{(x-1)(x+1+a)}=\lim_{x\to1}\frac{(x-1)(x^2-2x)}{(x-1)^2}=\lim_{x\to1}\frac{x^2-2x}{x-1}$$
이고, 극한값이 존재하지 않으므로 모순이다.

즉, $f(x)=(x-1)(x^2-2)$ 이므로 $f(3)=14$ 이다.

18) [정답] ② (출제자: 19 정지혁)

[출제의도] 중복조합과 파스칼의 삼각형을 이용하여 주어진 값을 구할 수 있는가?

[해설]
(가) : ${}_k\mathrm{C}_2$
(나) : ${}_{n-1}\mathrm{C}_2$
(다) : 330

$y+2z+2w=2k+1$ 에서 두 수 $2z$, $2w$ 은 짝수이고, $2k+1$ 은 홀수이다.
따라서 y 도 홀수이다. $y=2y'+1$, $z=z'+1$, $w=w'+1$ 라 하자.
(단, y' , z' , w' 는 0 이상의 정수이다.)
이를 대입하면, $(2y'+1)+(2z'+2)+(2w'+2)=2k+1$ 에서
이다.
$y'+z'+w'=k-2$
$y'+z'+w'=k-2$ 을 만족시키는 0 이상의 정수 y' , z' , w' 의 순서쌍 $(y',\,z',\,w')$ 의 개수는 $\boxed{{}_3\mathrm{H}_{k-2}={}_k\mathrm{C}_{k-2}={}_k\mathrm{C}_2}$ 이다.

따라서 (가)에 들어갈 알맞은 식은 $\boxed{{}_{k}\mathrm{C}_2}$ 이다.

$y+2z+2w=2n$ 에서 세 수 $2z$, $2w$, $2n$ 은 모두 짝수이므로 y 는 짝수이다. $y=2y'+2$, $z=z'+1$, $w=w'+1$ 라 하자.
(단, y', z', w' 는 0 이상의 정수이다.)
이를 대입하면, $(2y'+2)+(2z'+2)+(2w'+2)=2n$ 에서
$y'+z'+w'=n-3$ 이다.

$y'+z'+w'=n-3$ 을 만족시키는 0 이상의 정수 y', z', w' 의 순서쌍 (y', z', w') 의 개수는 $\boxed{{}_{3}\mathrm{H}_{n-3}={}_{n-1}\mathrm{C}_{n-3}={}_{n-1}\mathrm{C}_2}$ 이다.
따라서 (나)에 들어갈 알맞은 식은 $\boxed{{}_{n-1}\mathrm{C}_2}$ 이다.

$\sum_{n=6}^{13} a_n$ 의 값을 구하기 위해 파스칼의 삼각형
${}_{n}\mathrm{C}_r={}_{n-1}\mathrm{C}_r+{}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}$ 임을 이용하자.

$$\begin{aligned}\sum_{k=3}^{6} {}_{k-1}\mathrm{C}_2 &= {}_{2}\mathrm{C}_2+{}_{3}\mathrm{C}_2+{}_{4}\mathrm{C}_2+{}_{5}\mathrm{C}_2 \\ &= {}_{3}\mathrm{C}_3+{}_{3}\mathrm{C}_2+{}_{4}\mathrm{C}_2+{}_{5}\mathrm{C}_2={}_{6}\mathrm{C}_3=20,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{k=3}^{6} \boxed{\quad (\text{가}) \quad} &= \sum_{k=3}^{6} {}_{k}\mathrm{C}_2 \\ &= {}_{3}\mathrm{C}_2+{}_{4}\mathrm{C}_2+{}_{5}\mathrm{C}_2+{}_{6}\mathrm{C}_2 \\ &= {}_{3}\mathrm{C}_3+{}_{3}\mathrm{C}_2+{}_{4}\mathrm{C}_2+{}_{5}\mathrm{C}_2+{}_{6}\mathrm{C}_2-1 \\ &= {}_{7}\mathrm{C}_3-1=34,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{n=6}^{13} \boxed{\quad (\text{나}) \quad} &= \sum_{n=6}^{13} {}_{n-1}\mathrm{C}_2 \\ &= {}_{5}\mathrm{C}_2+{}_{6}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{12}\mathrm{C}_2 \\ &= {}_{5}\mathrm{C}_3+{}_{5}\mathrm{C}_2+{}_{6}\mathrm{C}_2+\cdots+{}_{12}\mathrm{C}_2-10 \\ &= {}_{13}\mathrm{C}_3-10=\frac{13\times 12\times 11}{3\times 2\times 1}-10=276 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

따라서 $\sum_{n=6}^{13} a_n=20+34+276=\boxed{330}$ 이다.

$f(9)={}_{9}\mathrm{C}_2=36$, $g(6)={}_{5}\mathrm{C}_2=10$, $r=330$ 이므로
$f(9)+g(6)+r=376$ 이다.

19) [정답] ③ (출제자 : 20 송문주)
[출제의도] 독립 시행을 활용해 조건부확률을 구할 수 있는가?

[해설]
갑이 이기는 사건을 A, 을의 점수가 2 점일 사건을 B 라고 하면 구하고자 하는 확률은 $\mathrm{P}(B|A)$ 이다.
둘 다 앞면이 나올 경우를 a, 둘 다 뒷면이 나올 경우를 b, 앞면과 뒷면이 각각 하나씩 나올 경우를 c 라 하자.
두 개의 동전을 던졌을 때 a 일 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
b 일 확률도 $\frac{1}{4}$ 로 같다.
c 일 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 2=\frac{1}{2}$ 이다.
갑이 이길 수 있는 확률은 다음과 같다.

ⅰ) 4 점을 얻어 이기는 경우
ⅰ-1) a 가 2 번일 경우
${}_{2}\mathrm{C}_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$

ⅰ-2) a 가 2 번, b 가 1 번일 경우
ab 를 나열해주고 마지막에 a 가 나올 확률
${}_{2}\mathrm{C}_1\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{32}$

ⅰ-3) a 가 1 번, c 가 2 번일 경우
${}_{3}\mathrm{C}_2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{16}$

ⅱ) 5 점을 얻어 이기는 경우
ⅱ-1) a 가 2 번, c 가 1 번일 경우
ac 를 나열해주고 마지막에 a 가 나올 확률
${}_{2}\mathrm{C}_1\times\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

ⅱ-2) a 가 2 번, b 가 1 번, c 가 1 번일 경우
abc 를 나열해주고 마지막에 a 가 나올 확률
$3!\times\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{3}{64}$

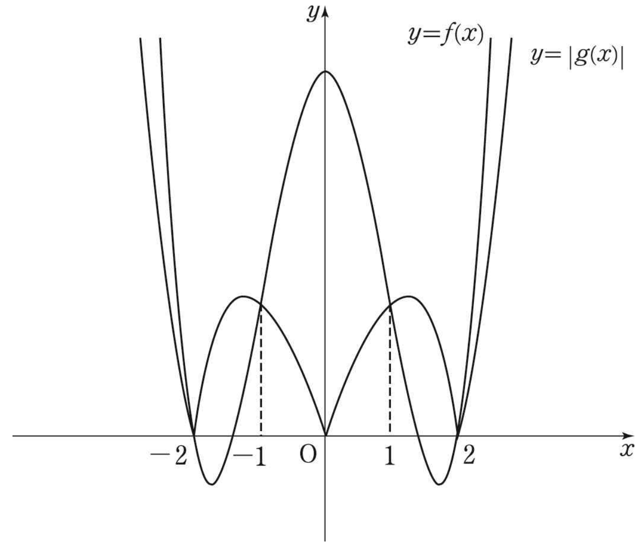
ⅱ-3) a 가 1 번, c 가 3 번일 경우
c 를 모두 나열해주고 마지막에 a 가 나올 확률
$\left(\frac{1}{2}\right)^3\times\frac{1}{4}=\frac{1}{32}$

ⅰ), ⅱ)에서
$\mathrm{P}(A)=\frac{9}{32}+\frac{9}{64}=\frac{27}{64}$

을의 점수가 2 점일 확률은
$\mathrm{P}(A\cap B)=\frac{1}{32}+\frac{3}{16}=\frac{7}{32}$
따라서 구하고자 하는 확률은
$$\mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{7}{32}}{\frac{27}{64}}=\frac{14}{27}$$

20) [정답] ④ (출제자 : 20 김동연)
[출제의도] 정적분을 이용하여 넓이의 대소를 비교할 수 있는가?

[해설]



함수 $f(x)$ 와 $|g(x)|$ 의 그래프를 그려보면 위와 같다.

ㄱ. $\int_0^2 h(x)\,dx = \int_0^2 \{f(t) - |g(t)|\}\,dt$

$= \int_0^2 \{f(t) + g(t)\}\,dt = \int_0^2 (t^4 + t^3 - 6t^2 - 4t + 8)\,dt$

$= \left[\frac{1}{5}t^5 + \frac{1}{4}t^4 - 2t^3 - 2t^2 + 8t\right]_0^2 = \frac{12}{5} > 0$ (거짓)

ㄴ. 위 그림을 보면 $f(x) = f(-x)$ 이고 $|g(x)| = |g(-x)|$ 이므로 $h(x) = h(-x)$ 이다. 따라서 함수 $\int_0^x h(t)\,dt$ 의 그래프는 원점 대칭이다.

$\int_0^x h(t)\,dt = -\int_0^{-x} h(t)\,dt = \int_{-x}^0 h(t)\,dt$ (참)

ㄷ. ㄴ에 의해 함수 $\int_0^x h(t)\,dt$ 의 그래프는 원점 대칭이므로 원점을 지나고, $x > 0$ 일 때 x 축과의 교점의 개수와 $x < 0$ 일 때 x 축과의 교점의 개수가 같다. 따라서 $x > 0$ 일 때, 함수 $\int_0^x h(t)\,dt$ 의 그래프의 개형만 살펴보면 된다.

위 그림을 보면 $0 < x < 1$, $x > 2$ 일 때, $h(x) > 0$ 이고 $1 < x < 2$ 일 때, $h(x) < 0$, $h(1) = h(2) = 0$ 이므로 함수 $\int_0^x h(t)\,dt$ 는 $x = 1$ 에서 극대이고, $x = 2$ 에서 극소이다.

$\int_0^1 h(t)\,dt > 0$ 이므로 방정식 $\int_0^x h(t)\,dt = 0$ 의 실근의 개수는 $\int_0^2 h(t)\,dt$ 의 값에 따라 결정된다.

따라서 방정식 $\int_0^x h(t)\,dt = 0$ 의 실근의 개수는 $\int_0^2 h(t)\,dt < 0$ 이면 5 개, $\int_0^2 h(t)\,dt = 0$ 이면 3 개, $\int_0^2 h(t)\,dt > 0$ 이면 1 개가 된다. ㄱ에서 구한 $\int_0^2 h(t)\,dt = \frac{12}{5} > 0$ 이므로 방정식 $\int_0^x h(t)\,dt = 0$ 의 실근은 1 개다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

21) [정답] ③ (출제자 : 19 정재훈)

[출제의도] 수열의 합과 수열 사이의 관계를 이용해서 주어진 수열을 유추할 수 있는가?

[해설]

모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} = \frac{kS_n}{a_n}$ 이고 $a_n \neq 0$ 이므로

$a_{n+1}a_n = kS_n \cdots$ ㉠ 이다.

따라서 2 이상의 자연수 n 에 대하여

$a_n a_{n-1} = kS_{n-1} \cdots$ ㉡ 이다.

두 식을 ㉠−㉡으로 정리하면

$a_n(a_{n+1} - a_{n-1}) = k(S_n - S_{n-1})$ 이다.

$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$ 이므로 $S_n - S_{n-1} = a_n$ $(n \geq 2)$ 이다.

따라서 $a_n(a_{n+1} - a_{n-1}) = ka_n$ 이고 $a_n \neq 0$ 이므로

$a_{n+1} - a_{n-1} = k$ 이다.

따라서 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+2} - a_n = k$ 이다. ⋯㉮

한편, $a_2 = \frac{kS_1}{a_1} = \frac{ka_1}{a_1} = k$ 이므로

$a_4 = a_2 + k = 2k$, $a_6 = a_4 + k = 3k$, ⋯ , $a_{2n} = nk$, ⋯

이때, $a_{10} + a_{20} = 5k + 10k = 75$ 이므로 $k = 5$ 이다.

$S_9 = 140$ 이고 $a_{10} = \frac{5S_9}{a_9}$ 이므로

$25 = \frac{5 \times 140}{a_9}$ 즉, $a_9 = 28$ 이다.

따라서 $a_{15} = a_{13} + 5 = a_{11} + 10 = a_9 + 15 = 43$ 이다.

[㉮에 대한 별해]

$a_{n+1} = \frac{kS_n}{a_n}$ 에서 $a_{n+2} = \frac{kS_{n+1}}{a_{n+1}}$

이때 $S_{n+1} = a_{n+1} + S_n$ 이므로

$a_{n+2} = k\left(\frac{a_{n+1}}{a_{n+1}} + \frac{S_n}{a_{n+1}}\right) = k + \frac{kS_n}{a_{n+1}}$ 이다.

$kS_n = a_{n+1}a_n$ 이므로

$a_{n+2} = k + a_n$

22) [정답] 36 (출제자 : 19 백수정)

[출제의도] 간단한 중복조합을 계산할 수 있는가?

[해설]

${}_3\mathrm{H}_7 = {}_9\mathrm{C}_7 = {}_9\mathrm{C}_2 = 36$

23) [정답] 15 (출제자 : 20 송문주)

[출제의도] 간단한 정적분의 값을 구할 수 있는가?

[해설]

$\int_{-1}^{2} (3x^2 + 6x - 1)\,dx = [x^3 + 3x^2 - x]_{-1}^{2}$

$= (8 + 12 - 2) - (-1 + 3 + 1) = 18 - 3 = 15$

24) [정답] 30 (출제자 : 20 김동연)

[출제의도] 이항정리를 이용하여 항의 계수를 구할 수 있는가?

[해설]

$\left(2x + \frac{1}{x}\right)^3$ 의 전개식의 일반항은

${}_3\mathrm{C}_n (2x)^{3-n}\left(\frac{1}{x}\right)^n = {}_3\mathrm{C}_n 2^{3-n} x^{3-2n}$ ⋯ ㉠

이때 $(x^2 + 2)\left(2x + \frac{1}{x}\right)^3 = x^2\left(2x + \frac{1}{x}\right)^3 + 2\left(2x + \frac{1}{x}\right)^3$ 이므로

주어진 전개식에서 항 x 는 $x^2 \times$ (㉠의 $\frac{1}{x}$항), $2 \times$ (㉠의 x항) 일 때 생긴다.

i) ㉠에서 항 $\frac{1}{x}$ 의 계수

$3 - 2n = -1$, 즉 $n = 2$ 일 때이므로 ${}_3\mathrm{C}_2 2x^{-1} = \frac{6}{x}$ 이다.

ii) ㉠에서 항 x 의 계수

$3 - 2n = 1$, 즉 $n = 1$ 일 때이므로 ${}_3\mathrm{C}_1 2^2 x = 12x$ 이다.

i), ii)에서 구하는

$(x^2+2)\left(2x+\frac{1}{x}\right)^3$ 의 항 x 는 $x^2\times\frac{6}{x}+2\times 12x=30x$ 이다.

따라서 $(x^2+2)\left(2x+\frac{1}{x}\right)^3$ 의 전개식에서 x 의 계수는 30 이다.

25) [정답] 2 (출제자 : 19 황주영)

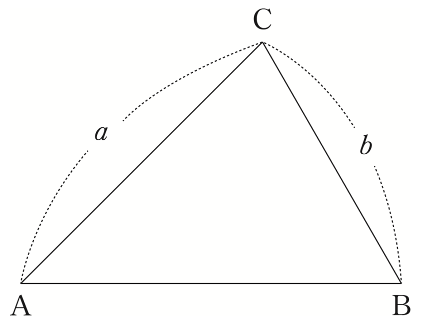
[출제의도] 사인법칙을 활용하여 문제를 해결할 수 있는가?

[해설]

$\angle A : \angle B : \angle C = 3:4:5$ 이므로,

$\angle A=\frac{\pi}{4}, \angle B=\frac{\pi}{3}, \angle C=\frac{5\pi}{12}$ 이다.

$\overline{AC}=a$, $\overline{BC}=b$ 라 하자.



사인법칙에 의해 $\dfrac{b}{\sin\frac{\pi}{4}}=\dfrac{a}{\sin\frac{\pi}{3}}$ 이므로, $a=\frac{\sqrt{6}}{2}b$ 이다.

따라서 $a+b=\left(1+\frac{\sqrt{6}}{2}\right)b=2+\sqrt{6}$ 이므로 $b=2$ 이다.

삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 r 이라 하자. 사인법칙에 의해 $\dfrac{b}{\sin\frac{\pi}{4}}=2\sqrt{2}=2r$ 이므로 $r=\sqrt{2}$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는 2π 이므로 $k=2$ 이다.

26) [정답] 90 (출제자 : 20 최인환)

[출제의도] 방정식으로 주어진 두 수열의 관계를 파악할 수 있는가?

[해설]

조건 (가)에 의하여 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 a_1 인 등차수열임을 알 수 있다.

따라서 $a_n=a_1 n$ 이다.

조건 (나)에서 이차방정식 $x^2+x-b_n=0$ 의 실근이 a_n 이므로

$(a_n)^2+a_n-b_n=0$, 즉 $b_n=(a_n)^2+a_n$

이때 $a_n=a_1 n$ 이므로

$$\sum_{n=1}^{5} b_n=\sum_{n=1}^{5}\{(a_1 n)^2+a_1 n\}$$
$$=\frac{5\times 6\times 11}{6}(a_1)^2+\frac{5\times 6}{2}a_1=540 \text{ 이다.}$$

위 식의 양변을 정리하면

$11(a_1)^2+3a_1-108=(11a_1+36)(a_1-3)=0$ 이다.

이때 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항이 양수이므로 $a_1=3$ 이고, $a_3=3a_1=9$ 이다.

따라서 $b_3=9^2+9=90$ 이다.

27) [정답] 14 (출제자 : 20 이선우)

[출제의도] 원순열을 이용하여 주어진 조건의 경우의 수를 구할 수 있는가?

[해설]

A 의 양 옆자리는 모두 비어 있으면 안 되므로 A 를 기준으로 생각해보자.

i) B 가 A 의 양 옆자리 중 한 곳에 앉을 경우

B 가 A 의 왼쪽과 오른쪽 자리 중 한자리를 선택하는 경우의 수 : 2 가지

B 가 A 의 양 옆자리 중 한 곳에 앉은 후 C 와 D 중 한 명이 A 의 남은 옆자리에 앉는 경우의 수 : 2 가지

B 의 남은 옆자리에는 빈자리가 있어야 하므로 남은 C 또는 D 의 자리를 결정하는 경우의 수 : 2 가지

$\therefore 2\times 2\times 2=8$

ii) B 가 A 의 옆자리에 앉지 않는 경우

C 와 D 가 A 의 양 옆자리에 앉아야 하므로 자리를 배치하는 경우의 수 : 2 가지

B 와 빈자리 두 개를 배치하는 경우의 수 (단, 계산의 편의를 위해 빈자리 두 개를 빈자리1 과 빈자리2 로 구분하고 마지막에 $\frac{1}{2!}$ 을 곱해주자.) :

$3!\times\frac{1}{2!}$ 가지

$\therefore 2\times\left(3!\times\frac{1}{2!}\right)=6$

i), ii)에 의해 구하는 경우의 수는 $8+6=14$ 가지이다.

28) [정답] 9 (출제자 : 19 윤황규)

[출제의도] 정적분으로 정의된 함수를 이용해 함수를 추론할 수 있는가?

[해설]

함수 $f(x)$ 가 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수이므로

정적분으로 정의된 함수 $\int_0^x f(t)\,dt$ 는 최고차항의 계수가

$\frac{1}{4}$ 인 사차함수이다.

$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt-3x$ 라 할 때, $g(0)=0$ 이고

$g(x)\ge 0$ 이므로 $g(x)\ge g(0)$ 이다.

즉 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값 0 을 갖는다.

따라서 함수 $g(x)$ 는 x^2 을 인수로 갖는다.

상수 a, b 에 대하여 $\int_0^x f(t)\,dt-3x=\frac{1}{4}x^2(x^2+ax+b)$ 이다.

$$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\int_{-1}^{0} f(x)\,dx+\int_0^1 f(x)\,dx$$
$$=-\int_0^{-1} f(x)\,dx+\int_0^1 f(x)\,dx$$

$\int_0^{-1} f(x)\,dx=\frac{1}{4}(1-a+b)-3$, $\int_0^1 f(x)\,dx=\frac{1}{4}(a+b+1)+3$

$\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=\frac{a}{2}+6$

$\frac{1}{2}a+6=5$, $a=-2$

$$\int_0^2 f(x)\,dx=\frac{1}{4}\times 2^2(4+2a+b)+6$$
$$=b+6=10,\ b=4$$

$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt-3x=\frac{1}{4}x^2(x^2-2x+4)$

$g'(x)=f(x)-3=x^3-\frac{3}{2}x^2+2x$

$f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2+2x+3$

$f(2)=8-6+4+3=9$

[별해]

$3x=\int_0^x 3\,dt$ 이므로

$\int_0^x \{f(t)-3\}\,dt \ge 0$ 이다.

$x\ge 0$ 일 때, 위의 부등식을 만족시키기 위해서
함수 $y=f(x)-3$ 의 그래프는 x 축과 만나거나
x 축보다 위에 있어야 하고
$x\le 0$ 일 때, 위의 부등식을 만족시키기 위해서
함수 $y=f(x)-3$ 의 그래프는 x 축과 만나거나
x 축보다 아래에 있어야 한다.
즉, $f(0)=3$
상수 a ,b 에 대하여 $f(x)=x^3+ax^2+bx+3$

$$\int_0^2 f(x)\,dx=\left[\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}ax^3+\frac{1}{2}ax^2+3x\right]_0^2$$
$$=4+\frac{8}{3}a+2b+6$$
$$=10$$

$\frac{8}{3}a+2b=0$

$$\int_{-1}^1 f(x)\,dx=\int_{-1}^1 \left(x^3+ax^2+bx+3\right)dx$$
$$=2\int_0^1 \left(ax^2+3\right)dx$$
$$=5$$

$$\int_0^1 \left(ax^2+3\right)dx=\left[\frac{1}{3}ax^3+3x\right]_0^1=\frac{1}{3}a+3$$

$\frac{1}{3}a+3=\frac{5}{2}$, $a=-\frac{3}{2}$

$-4+2b=0$, $b=2$

$f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2+2x+3$

$f(2)=8-6+4+3=9$

29) [정답] 85 (출제자 : 20 이선우)

[출제의도] 여사건을 이용하여 주어진 확률을 구할 수 있는가?

[해설]

여사건의 확률을 이용하여 전체 확률 1 에서 카드에 보이는 수의 합이 8 이상일 확률을 빼서 카드에 보이는 수의 합이 7 이하일 확률을 구해보자.

ⅰ) 두 개의 동전이 모두 앞면이 나온 경우
2 번 시행의 결과로 4 장 모두 앞면(①)이거나 2 장의 카드만 앞면(②)일 수 있다.
①경우의 확률은 첫 번째 시행에서 뒤집었던 카드를 두 번째 시행에서 다시 뒤집어 줘야하므로 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{{}_4C_3\times{}_3C_3}{{}_4C_3\times{}_4C_3}$ 이다.
②경우는 8 이상일 수 없다.
그러므로 ⅰ)일 경우의 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$ 이다.

ⅱ) 두 개의 동전이 모두 뒷면이 나온 경우
2 번 시행의 결과로 4 장 모두 앞면(①)이거나 2 장의 카드만 앞면(②), 또는
모두 뒷면(③)일 수 있다.
①경우의 확률은 첫 번째 시행에서 뒤집었던 카드를 두 번째 시행에서 다시 뒤집어 줘야하므로 $\dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times{}_4C_2\times{}_2C_2}{{}_4C_2\times{}_4C_2}$ 이다.
②경우는 8 이상일 수 없다.
③경우도 8 이상일 수 없다.
그러므로 ⅱ)일 경우의 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}$ 이다.

ⅲ) 앞면이 나오고 뒷면이 나온 경우
2 번 시행의 결과로 3 장이 앞면(①)이거나 1 장의 카드만 앞면(②)일 수 있다.
①경우에서 시행이 끝난 후 3 장의 카드가 앞면일 전체 경우의 수는 처음에 임의로 3 장을 뒤집고 첫 번째 시행에서 뒤집었던 카드 3 장 중 2 장의 카드를 두 번째 시행에서 뒤집어야 하므로 ${}_4C_3\times{}_3C_2=12$ 가지이다.
이때, 시행을 마친 후 가능한 카드 배열은 앞면이 보이는 3 장을 선택하는 경우의 수인 ${}_4C_3=4$ 가지이고 그 중 $(1,0,3,4)$, $(0,2,3,4)$ 의 배열만 합이 8 이상이므로 $12\times\frac{2}{4}=6$ 가지이다.
그러므로 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{6}{{}_4C_3\times{}_4C_2}$ 이다.
②경우는 8 이상일 수 없다.
그러므로 ⅲ)일 경우의 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$ 이다.

ⅳ) 동전의 뒷면이 나온 후 앞면이 나오는 경우
2 번 시행의 결과로 3 장이 앞면(①)이거나 1 장의 카드만 앞면(②)일 수 있다.
①경우에서 시행이 끝난 후 3 장의 카드가 앞면일 전체 경우의 수는 처음에 임의로 2 장의 카드를 뒤집고 두 번째 시행에서 앞면을 보이는 카드 2 장 중 1 장과 뒷면을 보이는 카드 2 장을 뒤집어야 하므로 ${}_4C_2\times{}_2C_1\times{}_2C_2=12$ 가지이다. 이때, 시행을 마친 후 가능한 카드 배열은 앞면이 보이는 3장을 선택하는 경우의 수인 ${}_4C_3=4$ 가지이고 그 중 $(1,0,3,4)$, $(0,2,3,4)$ 의 배열만 합이 8 이상이므로 $12\times\frac{2}{4}=6$ 가지이다.
그러므로 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{6}{{}_4C_2\times{}_4C_3}$ 이다.
②경우는 8 이상일 수 없다.
그러므로 ⅳ)일 경우의 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$ 이다.

그러므로 총 8 이상일 확률은 $\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)=\frac{11}{48}$ 이고 답을 구해보면 $1-\frac{11}{48}=\frac{37}{48}$ 이므로 $p=48$, $q=37$, $p+q=85$ 이다.

30) [정답] 24 (출제자 : 19 박석준)

[출제의도] 주어진 조건을 통해 삼차함수 그래프의 개형을 유추하고 문제를 올바르게 해결 할 수 있는가?

[해설]
함수 $f(x)$ 의 그래프와 함수 $g(x)$ 의 그래프의 두 교점의 x 좌표를 각각 a , b 라 하자. $a+b=3$ 이므로, $b=3-a$ 으로 나타낼 수 있다.
(단, a , b 는 서로 다른 실수이다.) $a>b$ 인 경우와 $a<b$ 인 경우는 결국 중복되므로 $a>b$ 인 경우에서 풀이를 진행하도록 하자.

편의상 $h(x)=g(x)-f(x)$ 으로 정의한다면, 함수 $g(x)$ 의 최고차항의 계수는 2 이므로 (가) 조건을 통해 $h(x)=2(x-a)^2(x-b)$ 또는 $h(x)=2(x-a)(x-b)^2$ 으로 나타낼 수 있다. 이는 결국 x 절편이 a 와 b 이면서 앞의 두 점 중 한 점에서 x 축과 접하는 형태의 개형임을 알 수

있다.

따라서 $a > b$, 즉 $a > \frac{3}{2}$ 일 때, 함수 $h(x)$ 의 그래프가 $(a,\ 0)$ 에서 접할 때, 함수 $h(x)$ 의 그래프가 $(b,\ 0)$ 에서 접할 때로 경우를 나누어 함수 $h(x)$ 의 그래프를 그려볼 수 있다.

(다) 조건을 통해 $g'(x) - f'(x) = 0$, 즉 $h'(x) = 0$ 인 x 의 개수를 유추해 볼 수 있다. (가) 조건에 의해 함수 $h(x)$ 의 그래프는 한 점에서 삼중근을 갖는 형태의 그래프가 될 수 없으므로, $h'(x) = 0$ 을 만족하는 x 의 개수는 함수 $h(x)$ 가 극값을 갖도록 하는 x 의 개수이다.

주어진 조건에 따라 $a_1 \le a_2 \le a_3$ 이며 삼차함수는 극값을 최대 두 개 가질 수 있으므로 $0 \le a_n \le 2$ 이다. 따라서 가능한 $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ 의 순서쌍은 $(0,\ 2,\ 2)$, $(1,\ 1,\ 2)$ 두 가지이다. 따라서 함수 $h(x)$ 의 개형을 파악하고, $\sum_{n=1}^{3} a_n = 4$ 을 만족하는 a 값의 범위를 구해보도록 하자.

ⅰ) $a > \frac{3}{2}$ 이고 함수 $h(x)$ 의 그래프가 $x = a$ 에서 x 축과 접하는 경우 $h(x) = 2(x-a)^2(x-b)$, $h'(x) = 2(x-a)(3x-a-2b)$ 이다.

따라서 함수 $h(x)$ 는 $x = \frac{a+2b}{3} = 2 - \frac{a}{3}$ 에서 극댓값을, $x = a$ 에서 극솟값을 가지게 된다.

ⅰ-1) $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ 의 순서쌍이 $(0,\ 2,\ 2)$ 일 때
$a > \frac{3}{2}$ 이므로 극솟값을 갖는 x 좌표의 값 a 는 $\frac{3}{2} < a \le 2$ 를 만족해야 하며, 극댓값을 갖는 x 좌표의 값 $2 - \frac{a}{3}$ 는 $-2 \le 2 - \frac{a}{3} < 1$ 또는 $1 < 2 - \frac{a}{3} \le 2$ 를 만족해야 한다. 이를 공통으로 만족하는 a 의 범위는 $\frac{3}{2} < a \le 2$ 이다.

ⅰ-2) $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ 의 순서쌍이 $(1,\ 1,\ 2)$ 일 때
$a > \frac{3}{2}$ 이므로 극댓값을 갖는 x 좌표의 값 $2 - \frac{a}{3}$ 은 $-1 \le 2 - \frac{a}{3} \le 1$ 을 만족함과 동시에, 극솟값을 갖는 x 좌표의 값 a 는 $2 < a \le 3$ 을 만족해야 한다. 이를 공통으로 만족하는 a 의 값은 오직 3 뿐이다.

ⅱ) $a > \frac{3}{2}$ 이고 함수 $h(x)$ 의 그래프가 $x = b$ 에서 x 축과 접하는 경우 $h(x) = 2(x-b)^2(x-a)$, $h'(x) = 2(x-b)(3x-b-2a)$ 이다.

따라서 함수 $h(x)$ 는 $x = b = 3 - a$ 에서 극댓값을, $x = \frac{2a+b}{3} = 1 + \frac{a}{3}$ 에서 극솟값을 가지게 된다.

ⅱ-1) $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ 의 순서쌍이 $(0,\ 2,\ 2)$ 일 때
$a > \frac{3}{2}$ 이므로 극솟값을 갖는 x 좌표의 값 $1 + \frac{a}{3}$ 는 $\frac{3}{2} < 1 + \frac{a}{3} \le 2$ 를 만족해야 한다. 이를 만족하는 a 의 범위는 $\frac{3}{2} < a \le 3$ 이다. 이 경우에는 극댓값을 갖는 x 좌표의 값 $3 - a$ 는 $-2 \le 3 - a < -1$ 또는 $1 < 3 - a \le 2$ 의 범위에 들어갈 수 없다. 따라서 이 경우에서 가능한 a 는 존재하지 않는다.

ⅱ-2) $(a_1,\ a_2,\ a_3)$ 의 순서쌍이 $(1,\ 1,\ 2)$ 일 때
$a > \frac{3}{2}$ 이므로 극댓값을 갖는 x 좌표의 값 $3 - a$ 은 $-1 \le 3 - a \le 1$ 을 만족함과 동시에, 극솟값을 갖는 x 좌표의 값 $1 + \frac{a}{3}$ 는 $2 < 1 + \frac{a}{3} \le 3$ 을 만족해야 한다. 이를 공통으로 만족하는 a 의 범위는 $3 < a \le 4$ 이다.

따라서 $a > b$ 일 때,
$h(x) = 2(x-a)^2(x-b)$ 의 개형의 그래프에서 가능한 a 의 범위는 $\frac{3}{2} < a \le 2$, $a = 3$ 이다.
$g(1) - f(1) = 2(1-a)^2(a-2)$ 이며, $a = 3$ 일 때 $|g(1) - f(1)|$ 의 값이 최대가 된다. 이때 $|g(1) - f(1)|$ 의 최댓값은 8 이다.

$h(x) = 2(x-a)(x-b)^2$ 의 개형의 그래프에서 가능한 a 의 범위는 $3 < a \le 4$ 이다.
$g(1) - f(1) = 2(1-a)(a-2)^2$ 이며, $a = 4$ 일 때 $|g(1) - f(1)|$ 의 값이 최대가 된다. 이때 $|g(1) - f(1)|$ 의 최댓값은 24 이다.

따라서 구하는 답은 24 이다.