

제2교시

수리 영역(나형)

大成學力開發研究所

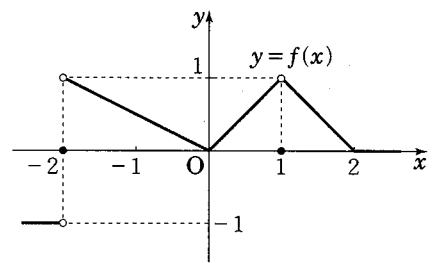
1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $2A - B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

2. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3}$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $8^a = 27$, $24^b = 9$ 일 때, $\frac{3}{a} - \frac{2}{b}$ 의 값은? [2점]
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고,
 $P(A^c) = \frac{2}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$
 일 때, $P(A \cap B^c)$ 의 값은? (단, B^c 는 B 의 여사건이다.) [3점]
- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{24}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{7}{24}$

5. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때,
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + \lim_{x \rightarrow -2} (x+2)f(x)$ 의 값은? [3점]



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

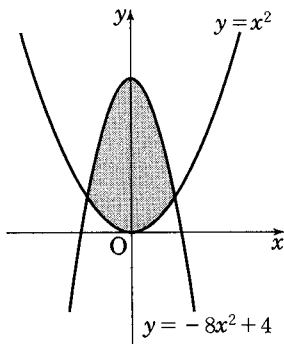
6. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{5}$	a	1

$V(5X+1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

7. 좌표평면에서 두 곡선 $y=-8x^2+4$, $y=x^2$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{10}{3}$ ② $\frac{32}{9}$ ③ $\frac{34}{9}$ ④ 4 ⑤ $\frac{38}{9}$

8. 일정한 온도로 유지되는 물의 검수량을 V (mL), 희석에 필요한 물의 양을 a (mL)라 할 때, 취기도 P 는 다음과 같은 식으로 주어진다고 한다.

$$P = k \log \left(1 + \frac{a}{V} \right) \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수})$$

일정한 온도로 유지되는 물의 검수량이 100(mL)로 일정하다고 하자. 이때, 희석에 필요한 물의 양이 300(mL)일 때의 취기도는 p 이고, 희석에 필요한 물의 양이 x (mL)일 때의 취기도는 $3p$ 이다. x 의 값은? [3점]

- ① 2700 ② 3600 ③ 4500 ④ 5400 ⑤ 6300

9. 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_1=1, a_{n+1}=a_n + \frac{2}{n(n+1)} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의할 때, $a_8 - a_6$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{18}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

- 10.** 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나고 세 교점의 x 좌표가 $-1, 1, 4$ 일 때, $f'(3)$ 의 값은? (단, a, b, c, k 는 상수이다.) [3점]
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

- 12.** 이차정사각행렬 A 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $A^2 - 2A - E = O$
 (나) 행렬 A 의 모든 성분의 합은 -5 이다.

행렬 $(A^2)^{-1}$ 의 모든 성분의 합은? (단, O 는 영행렬이고, E 는 단위행렬이다.) [3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

- 11.** M 이 이차정사각행렬 전체의 집합일 때, 행렬 $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

에 대하여 집합 A 를

$$A = \{X \mid XP = PX, X \in M\}$$

이라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보기>

- ㄱ. $X \in A$ 이면 $X^2 \in A$ 이다.
 ㄴ. $X \in A, Y \in A$ 이면 $X + Y \in A$ 이다.
 ㄷ. $X \in A$ 이면 $X = aE + bP$ 를 만족시키는 실수 a, b 가 존재한다. (단, E 는 단위행렬이다.)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

- 13.** 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x - 2} = 3$ 일 때,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sum_{k=1}^n f(2 + kh) - 3n}{2h} = 180$$

을 만족시키는 자연수 n 의 값은?

[3점]

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

- 14.** 어느 공장에서 생산되는 제품 한 개의 무게는 평균이 120g, 표준편차가 8g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 제품을 임의로 16개씩 포장하여 한 세트로 판매할 때, 한 세트의 무게가 1856g 이하이거나 1984g 이상인 것을 불량품으로 판정한다. 500개의 포장세트 중 불량품으로 판정되는 세트의 개수를 확률변수 X 라 할 때, $E(X)$ 의 값은? (단, 포장지의 무게는 무시하고, 오른쪽 표준정규분포표를 이용한다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494

- ① 7 ② 11 ③ 15 ④ 19 ⑤ 23

- 15.** 자연수 n 에 대하여 $\log_{n+1} x$ 의 정수부분이 1인 모든 자연수 x 의 총합을 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^4}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

- 16.** 음이 아닌 정수 n 에 대하여 등식 $a_1 + 2a_2 = n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a_1, a_2 의 순서쌍 (a_1, a_2) 의 개수를 $X(n)$ 이라 하고, 등식 $a_1 + 2a_2 + 3a_3 = n$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a_1, a_2, a_3 의 순서쌍 (a_1, a_2, a_3) 의 개수를 $Y(n)$ 이라 하자. 다음은 $X(n)$ 을 이용하여 $Y(30) + Y(31) + Y(32)$ 의 값을 구하는 과정이다.

$Y(30)$ 은 등식 $a_1 + 2a_2 = 30 - 3a_3$ 을 만족시키는 음이 아닌 정수 a_1, a_2, a_3 의 순서쌍의 개수이므로, $a_3 = 0, 1, 2, \dots, 10$ 에 대하여

$$Y(30) = \sum_{a_3=0}^{10} X(30 - 3a_3) = \sum_{k=0}^{10} X(3k)$$

같은 방법으로 $Y(31)$ 과 $Y(32)$ 를 생각하면

$$Y(30) + Y(31) + Y(32)$$

$$= \sum_{k=0}^{10} X(3k) + \sum_{k=0}^{10} X(3k+1) + \sum_{k=0}^{10} X(3k+2)$$

$$= \sum_{k=0}^{(가)} X(2k) + \sum_{k=1}^{(나)} X(2k-1)$$

그런데 $X(2k) = (나)$, $X(2k-1) = (다)$ 이므로

$$\sum_{i=0}^{32} X(i) = (라)$$

따라서 $Y(30) + Y(31) + Y(32) = (라)$ 이다.

위의 빈 칸 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 a, b 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 할 때, $a + b + f(10) + g(10)$ 의 값은? [4점]

- ① 326 ② 338 ③ 349 ④ 358 ⑤ 360

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x^2 - 2x + 2)^{n-1}}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

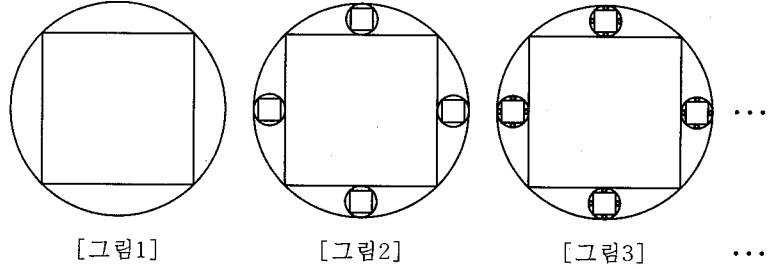
ㄱ. $f(3) = 5$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$

ㄷ. 함수 $(x^2 - 1)f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. [그림 1]과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정사각형을 그린다. [그림 2]와 같이 [그림 1]에서 원과 정사각형 사이에 있는 네 부분에, 원에 내접하고 정사각형의 한 변에 접하는 가장 큰 원을 각각 그리고, 각 원에 내접하는 정사각형을 그린다. 또, [그림 3]과 같이 [그림 2]에서 그린 원과 정사각형 사이에 있는 16개의 부분에, 원에 내접하고 정사각형의 한 변에 접하는 가장 큰 원을 각각 그리고, 각 원에 내접하는 정사각형을 그린다. 이와 같은 과정을 계속할 때, [그림 n]에 있는 모든 원의 넓이의 합을 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{2\sqrt{2}\pi}{7}$ ② $\frac{(2\sqrt{2}+1)\pi}{7}$ ③ $\frac{(2\sqrt{2}+3)\pi}{7}$
 ④ $\frac{2(2\sqrt{2}+1)\pi}{7}$ ⑤ $\frac{2(2\sqrt{2}+3)\pi}{7}$

18. 자연수 전체의 집합 N 에 대하여 집합 A 를

$$A = \left\{ a \mid a \in N \text{이고 } \frac{500}{a} \in N \right\}$$

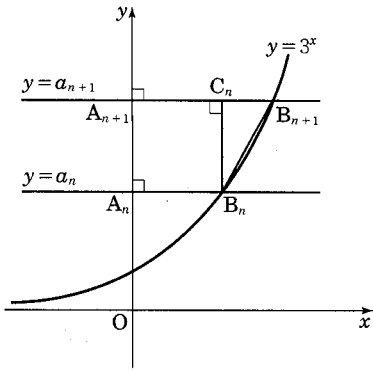
이라 하자. 집합 A 의 원소를 각각 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ 라 할 때, $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \log_2 a_3 + \dots + \log_2 a_{12}$ 의 값은? [4점]

- ① $12 + 15 \log_2 5$ ② $12 + 18 \log_2 5$ ③ $15 + 18 \log_2 5$
 ④ $12 + 15 \log_2 3$ ⑤ $12 + 18 \log_2 3$

20. 첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 그림과 같이 직선 $y=a_n$ 이 y 축과 만나는 점을 A_n , 곡선 $y=3^x$ 과 만나는 점을 B_n 이라 하자. 점 B_n 에서 직선 $y=a_{n+1}$ 에 내린 수선의 발을 C_n 이라 할 때, 삼각형 $B_n B_{n+1} C_n$ 의 넓이를 S_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{39} S_n$ 의 값은?

[4점]



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

21. 다항함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 다음 등식을 만족시킨다.

$$\int_a^{2x-1} f(t)dt = x^2 - 2x \quad (\text{단, } a \text{는 양의 상수이다.})$$

$a + \int_0^{10} f(x)dx$ 의 값은?

[4점]

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

단답형

22. 공비가 실수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3=12$, $a_6=96$ 일 때, $a_p \times a_q=288$ 을 만족시키는 두 자연수 p, q 의 합 $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

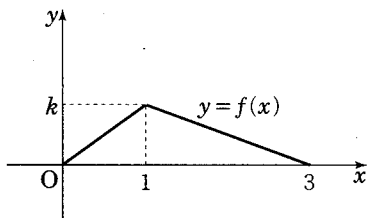
$$\frac{8}{2n+1} < na_n < \frac{12}{3n-1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (4n^2+2)a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 그래프 G 의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬이 다음과 같다. 그래프 G 의 꼭짓점의 개수를 m , 변의 개수를 n 이라 할 때, $a+b+m+n$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ a & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

25. 구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$E(6X+2)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 양의 상수이다.) [3점]

26. 다항식 $(ax-1)^8$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -448 일 때, x^2 의 계수를 구하시오. (단, a 는 실수인 상수이다.) [4점]

27. 스마트폰을 사용하던 사람 중에서 2012년에 새 스마트폰으로 바꾼 사람들을 대상으로 사용하던 스마트폰과 새로 구입한 스마트폰이 3G인지 4G인지 구별하여 구매실태를 조사하였다. 조사 결과에 따르면 조사 대상자의 60%가 3G를 사용하던 사람이었다. 또, 3G를 사용하던 사람의 60%는 2012년에도 3G를 구입하였고, 4G를 사용하던 사람의 80%는 2012년에도 4G를 구입하였다. 조사 대상자 중에서 임의로 한 사람을 택하였더니 2012년에 4G를 구입한 사람이었을 때, 이 사람이 3G를 사용하던 사람이었을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, 스마트폰은 3G와 4G 두 종류만을 생각한다.) [4점]

28. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 은 모든 자연수 m, n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$a_{m+n} = a_m + a_n, \quad b_{m+n} = b_m b_n$$

$a_1 = 3, b_1 = 16$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\log_2 b_n} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 사차함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 2x^3 + 4x^2 + 10$ 에 대하여 집합 A 를 다음과 같이 정의하자.

$$A = \{a \mid \text{함수 } y = |f(x) - k| \text{는 } x = a \text{에서 미분가능하지 않다.}\}$$

집합 A 의 원소의 개수가 2일 때, 실수 k 의 최솟값을 구하시오.

[4점]

30. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 가 다음 두 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(1) = 9$$

(나) 삼차방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 1 또는 2이다.

$\int_0^1 f(x) dx$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $10(M+m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

• 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.