

제 2 교시

수리 영역

‘가’형

| | |
|----|--|
| 성명 | |
|----|--|

| | | | | | | | | | |
|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 수험 번호 | | | | | | | | | |
|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

1

1. $\log_4 16 + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2. 이차정사각행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 에 대하여,
 $X = A(A + B)$ 가 성립할 때, X 의 모든 성분의 합은?
[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^3 - n^3 + 2n^2 + 4n}{n^2} = b$ 가 성립할 때,
 $a + b$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 방정식 $x^2 + 4x - 5 = \sqrt{x^2 + 4x - 3}$ 의 모든 근의
곱을 구하시오. [3점]

- ① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

5. 다음 조건들을 만족시키는 이차정사각행렬 A, B 에 대하여 $A - B = -E$, $A^2 = -B$ 를 만족할 때, $\sum_{n=1}^{11} A^n$ 의 모든 성분의 합을 구하여라. [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 어느 광산에서 채광되는 광물의 순도는 정규분포 $M(60, 20^2)$ 을 따른다고 한다. 채광된 광물의 순도가 80% 이상일 때 1등급, 50%이상 80%미만일 때 2등급, 50% 미만은 3등급으로 분류한다. 채광된 광물이 3등급일 확률은 1등급일 확률의 k 배이다. k 값을 구하시오. [3점]

| k | $P(0 \leq Z \leq k)$ |
|------|----------------------|
| 0.25 | 0.10 |
| 0.50 | 0.20 |
| 1.00 | 0.35 |
| 1.50 | 0.43 |

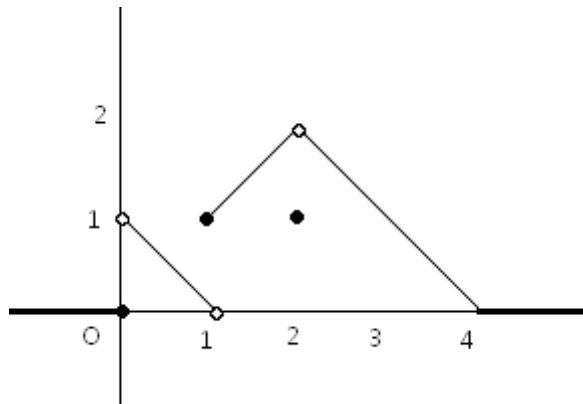
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 좌표평면에서 곡선 $y = |\log_2 x|$ 와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 가 만나는 점을 각각 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하고 $y = 2^x$ 이 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 제 1사분면에서 만나는 점을 $R(x_3, y_3)$ 라 하자. 다음 중 옳은 것만을 모두 고른 것은? [4점]

$$\begin{aligned} \neg. & \frac{1}{4} < x_1 < 1 \\ \neg. & y_1 x_2 - x_1 y_2 < 0 \\ \neg. & \frac{x_3 - 2}{y_3} < \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \end{aligned}$$

- ① \neg ② $\neg \neg$ ③ $\neg \neg$ ④ $\neg \neg$ ⑤ $\neg \neg \neg$

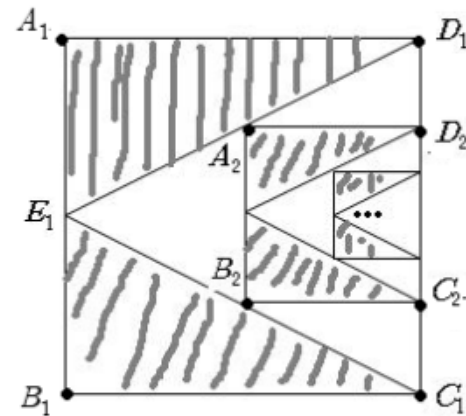
8. 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르시오. [4점]



- ㄱ. $1 + \frac{1}{f(x)} = \frac{2}{\{f(x)\}^2}$ 의 근은 3개이다.
 ㄴ. $f(f(x))$ 가 불연속인 점은 2개이다.
 ㄷ. $f(f(x))$ 는 $f(x)$ 와 $x=2$ 에서 대칭이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄷ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

9. 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. A_1B_1 의 중점 E_1 에서 C_1, D_1 에 선을 그을 때 생기는 삼각형 $E_1C_1D_1$ 안에 다음 그림과 같이 $\overline{C_1D_1}$ 와 변을 공유하는 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 이와 같이 정사각형 $A_nB_nC_nD_n$ 을 무한히 그려나갈 때, 어두운 부분의 넓이의 합을 구하시오. [4점]



- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 4

10. 같은 모양의 사과 5개와 배 4개를 3명에게 남김없이 나눠주려 한다. 가능한 경우의 수는? [3점]

- ① 300 ② 305 ③ 310 ④ 315 ⑤ 320

11. 다음과 같이 정의된 2×2 행렬 A 가 있다.

$$A = \begin{pmatrix} f(a) & f(b) \\ a & b \end{pmatrix} \quad (ab \neq 0, a \neq b)$$

집합 S 에 대하여

$S = \{f(x) \mid f(x) \text{는 연속함수이며, } f(x) \text{에 대하여 } A \text{의 역행렬이 존재하지 않게 하는 실수 } a, b \text{의 쌍이 존재 한다.}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
[4점]

- ㄱ. $p(x) = xe^x$ 일 때, $p(x) \in S$
 ㄴ. $q(x) \in S$ 인 $q(x)$ 에 대하여 $\frac{q(x)}{x}$ 의 역함수가 존재하지 않는다.
 ㄷ. $xg'(x) > g(x)$ 를 만족하는 임의의 미분 가능한 함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(x) \in S$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄴㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

12. $A \neq kE$ 인 임의의 이차정사각행렬 A 에 대하여

$A^n = a_n A + b_n E$ (a_n, b_n 은 실수)로 나타낼 수 있음이 알려져 있다. $A^2 - 2A + E = 0$ 을 만족하는 임의의 행렬 A 에 대한 설명 중 옳은 것을 고르시오. [3점]

- ㄱ. $a_{n+1} + b_{n+1} = a_n + b_n$
 ㄴ. $b_{n+1} = -a_n$
 ㄷ. $\sum_{k=1}^n a_k = \frac{n(n+1)}{2}$

- ① ㄱ ② ㄱㄴ ③ ㄴㄷ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

13. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 이 일차변환 $f: \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & a \end{pmatrix}$ 에 의하여

원점을 지나는 직선으로 옮겨질 때, 이 직선의 길이를 구하면? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

14. 닫힌구간 $[0,1]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? [4점]

- (가) $f(x)$ 는 $[0,1]$ 에서 미분가능하다.
(나) $f'(x) > 0$, $f(x) > 0$, $f''(x) < 0$

⌈. $0 < a < b < 1$ 이고, $0 < p < 1$ 일 때,
 $pf(a) + (1-p)f(b) > f(pa + (1-p)b)$

⌋. $f(k) = \int_0^1 f(x)dx$ 를 만족하는 k 값이 $[0,1]$ 에서
존재한다.

ㄷ. $f(x)$ 와 $y = nx$ 의 원점이 아닌 교점을 (p_n, q_n) 이라
하고, 그 점에서 접선의 방정식을 $g_n(x)$ 라 하자.

$g_n(0) + g_n(1) = n$ 일 때, $p_n = \frac{1}{2}$ 이다.

- ① ⌈ ② ⌋ ③ ⌋ㄷ ④ ⌈ㄷ ⑤ ⌈⌋ㄷ

15. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^x f(3t)dt = 3x^3 - 9x^2$
이 성립할 때, $f(x)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

- ① -9 ② -8 ③ -7 ④ -6 ⑤ -5

16. $y = 2^{x-a} + 3$ 과 $x = a$ 에서 대칭인 함수 $g(x)$ 가
있다. $g(x)$ 의 y 절편이 5일 때 a 의 값으로 옳은 것은?
[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

17. 남자 A, B 와 여자 a, b, c 가 짝찾기 게임을 하고 있다. 각각 호감 가는 이성 한 명을 골라 사회자에게 알려 준 뒤, 서로가 서로를 선택했을 경우 커플이라 한다. 각각의 이성에 의해 선택될 확률을 선호도라고 할 때,

남자 A, B 의 선호도는 차례대로 $\frac{6}{10}, \frac{4}{10}$ 이고

여자 a, b, c 의 선호도는 차례대로 $\frac{5}{10}, \frac{3}{10}, \frac{2}{10}$ 이다.

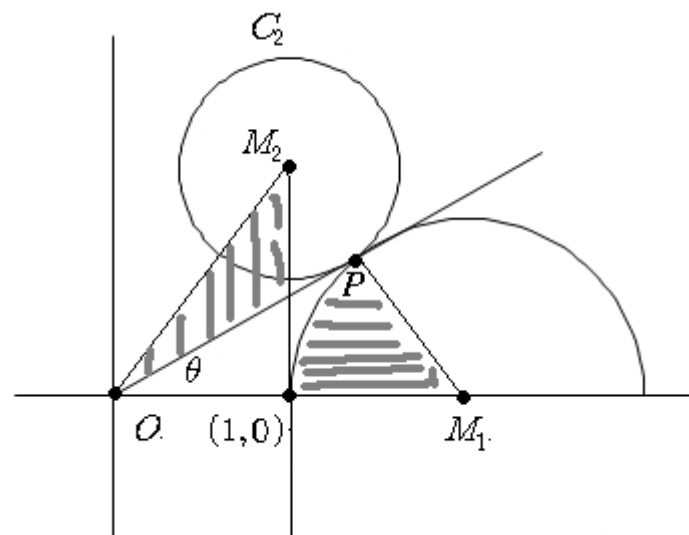
(예, 남자 A 가 여자 a 를 택할 확률은 $\frac{5}{10}$)

c 가 커플이 되고, a 는 커플이 되지 못할 확률을 구하면? [4점]

- ① $\frac{3}{25}$ ② $\frac{16}{125}$ ③ $\frac{17}{125}$ ④ $\frac{18}{125}$ ⑤ $\frac{19}{125}$

18. 중심 M_1 이 x 축 위에 있고, $y = (\tan \theta)x$ 와 점 P 에서 접하며 $(1,0)$ 을 지나는 반원 C_1 이 있다. 그림과 같이 직선 $x=1$ 위에 중심이 M_2 이고 반원 C_1 과 P 에서 접하는 원 C_2 를 그리고, 선분 OM_2 와 M_1P 를 긋는다. 색칠한 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{S(\theta) - \frac{1}{2\cos\theta}}{\theta^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]



- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ π

19. 1에서 5까지의 자연수를 일렬로 배열할 때, 3이 1과 2보다 앞쪽에 배열될 확률은? [3점]

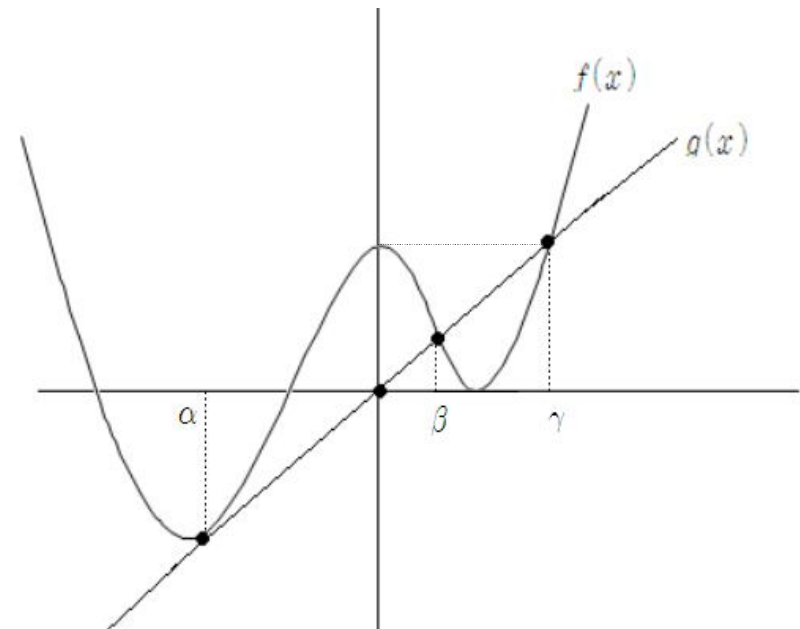
- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

20. 다음 그림과 같이 $x=0$ 에서 극댓값을 가지고 x 축에 접하는 사차함수 $f(x)$ 와 원점을 지나는 직선 $g(x)$ 가 있다. $f(x)$ 와 $g(x)$ 에 대하여 다음 조건이 성립할 때, 방정식 $f(f(x))=g(f(x))$ 의 근의 개수는? [4점]

- (가) $f(x)=g(x)$ 의 근은 $x=\alpha,\beta,\gamma$ 이다.
($\alpha<0<\beta<\gamma$)

(나) $g(x)$ 는 $f(x)$ 와 α 에서 접한다.

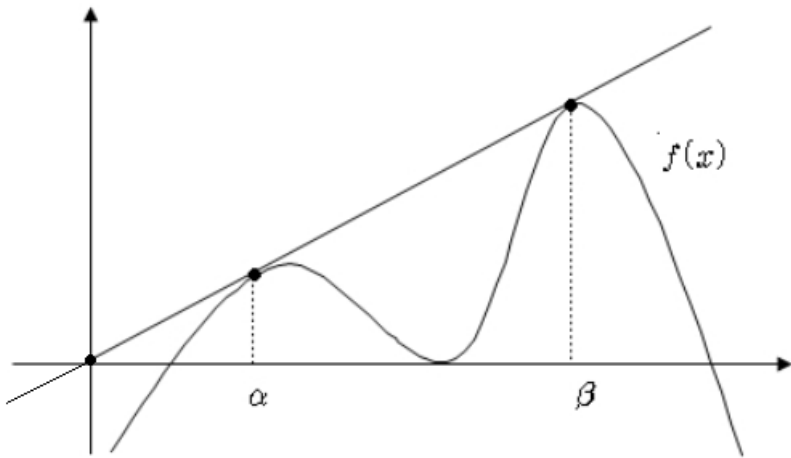
(다) $g'(x)>1, f(0)=f(\gamma)$



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

21. 다음 그림과 같이 원점을 지나는 직선과 α, β 에서 접하며 모든 실수에서 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 있다.

$\int_{\alpha}^{\beta} f(x) - f(\alpha) dx = 0$ 을 만족할 때, 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오. [4점]



ㄱ. $(\alpha, f(\alpha))$ 와 $(\beta, f(\beta))$ 사이의 기울기는 $f'(\alpha)$ 이다.

ㄴ. $\frac{(\beta - \alpha)^2 f'(\alpha)}{2} = \int_{\alpha}^{\beta} f'(\alpha)x - f(x) dx$

ㄷ. $f(\beta) = 3f(\alpha)$ 일 때, $\int_{\alpha}^{\beta} f'(\alpha)x dx = 2 \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱㄴ ④ ㄱㄷ ⑤ ㄱㄴㄷ

단답형

22. 두 일차변환 f 와 g 를 나타내는 행렬이 각각

$f: \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, g: \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 일 때, 점 $A(2\cos 75^\circ, 2\sin 75^\circ)$ 은

f 와 $g \circ f$ 에 의해 각각 점 B , 점 C 로 옮겨진다. 이 때

생기는 삼각형 ABC 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 은?

[3점]

23. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 = 1, a_2 = 3, a_n + a_{n+2} = 2 \cdot (-1)^n$ 가 성립할 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{13} a_k$ 의 값으로 옳은 것은? [3점]

24. 스타크래프트 프로게이머 선발 경기가 열리고 있다. 선수들은 저그, 테란, 프로토스 중 한 종족을 골라 게임을 하게 된다. 첫 경기에서의 종족 선택은 자유이고, 종족 변경은 최대 2번까지 허용된다. 어느 선수가 6회 경기를 치를 때 사용할 종족을 편성하는 방법의 수는? (단, 승패는 고려하지 않으며, 처음 선택한 종족으로 다시 바꿀 수 있다.) [4점]

25. 방정식 $(2^{2x} + 2^{-2x}) - 6(2^x + 2^{-x}) + 10 = 0$ 의 근의 개수는? [3점]

26. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다. $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = -f'(-x)$, $\{f(0)\}^2 = f(1)$ 를 만족할 때, $2f'(1)$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

27. 수열 $\{a_k\}$ 에 대하여
 a_{2k-1} : 공차가 3인 등차수열,
 a_{2k} : 공비가 3인 등비수열 이고, $a_1 = 3$, $a_2 = 3$ 이다.
 $a_6 = a_p$ 일 때, p 의 값으로 옳은 것은? [3점]

28. 모든 변의 길이가 1인 정 n 각형이 있다. 이 도형의 꼭지점을 순서대로 A_1, A_2, \dots, A_n 이라 하자.

$\left| \sum_{k=1}^n \overrightarrow{A_1 A_k} \right| = S_n$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8\pi S_n}{n^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 도함수가 $f'_t(x) = x^3 - tx^2 + (3t-7)x - 2t + 6$ 인 사차함수 $f_t(x)$ 에 대하여 $|f_t(x) - f_t(t-3)|$ 미분 불가능한 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 방정식 $g(t) = -3(t-3)(t-5)$ 의 근의 개수를 구하시오. [4점]

30. 평면 α 위에 높이가 2인 원기둥이 놓여있다.

원기둥의 윗면을 C_1 이라 하고 평면 α 에 포함된 두 원을 C_2, C_3 이라 하자. 원들의 반지름의 길이는 모두 1이며 각 원의 중심을 M_1, M_2, M_3 라 할 때,

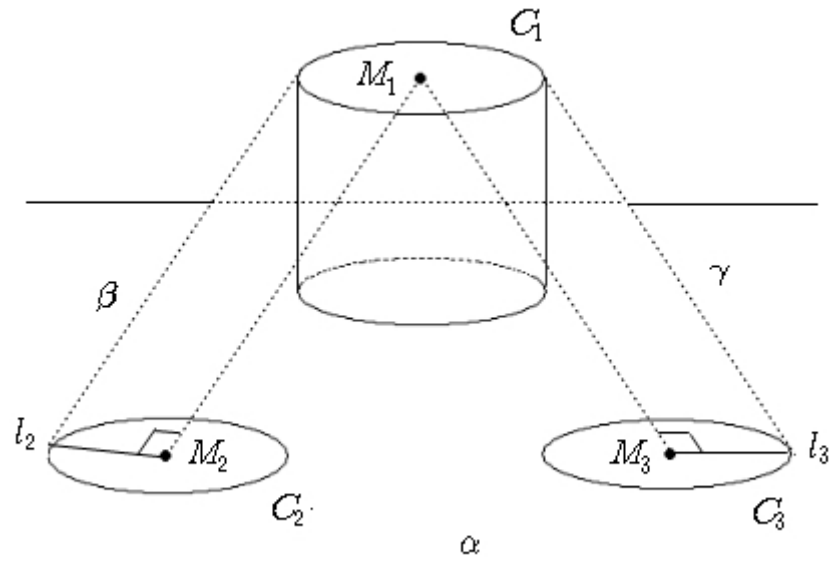
$\overline{M_1 M_2} = \overline{M_1 M_3} = 4$, $\overline{M_2 M_3} = 2\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{M_1 M_2}$ 와 수직인 C_2 위의 반지름을 l_2 ,

$\overline{M_1 M_3}$ 와 수직인 C_3 위의 반지름을 l_3 라 하자.

$\overline{M_1 M_2}$ 와 l_2 를 포함하는 평면을 β , $\overline{M_1 M_3}$ 와 l_3 를 포함하는 평면을 γ 라 할 때, β 와 γ 가 이루는 각은 θ 이다.

$24|\cos\theta|$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.