

수능에서 논술까지 한번에!

한 권으로 완성하는 수학

수열 심화특강

이해원 지음

*Theme*



## 저자 이해원

연세대학교 수학과

성광고등학교 졸업

2010 고려대학교 정보통신대학 합격

2011 연세대학교 이과대학 수학과 합격

2011 고려대학교 이과대학 수학과 합격

2012 고려대학교 사범대학 수학교육과 합격

2012 포카칩 모의평가 검토위원

2011 KICE 9월 모의평가 수학 100점

2012 KICE 대학수학능력시험 수학 100점

2012 Xi-story 자이스토리 수학 수기 저자

tbs 기적의 TV - 상담 받고 대학가자: 공부의 비법 <수리영역>편 출연

### 주요 저서

수능에서 눈술까지 한번에! 한권으로 완성하는 수학 - 수학 II(상)

수능에서 눈술까지 한번에! 한권으로 완성하는 수학 - 수학 II(하)

수능에서 눈술까지 한번에! 한권으로 완성하는 수학 - 기하와 벡터

수리논술의 종지부를 찍다! Exclusive Integration - 적분과 실전

수능에서 눈술까지 한번에! 한권으로 완성하는 수학 - 적분과 통계(상)

수능에서 눈술까지 한번에! 한권으로 완성하는 수학 - 적분과 통계(하)

### 저자 이해원이 주로 활동하는 곳 - (닉네임: 난만한)

포만한 수리연구소 (pnmath.com)

오르비스 옵티무스 (orbi.kr)

공신닷컴 (gongsin.com)

### 한권으로 완성하는 수학

수학1을 집필하게 되면 훨씬 다듬어져서 들어갈 내용인데

제가 수학2, 기하와 벡터, 적분과 통계를 다 집필한 후에

수학1이 나올 예정이라, 미리 강의를 찍어서 교재와 함께

공개합니다. (수학1은 언제 쓰게 될지.. πππ)

수학1을 공부하는 많은 분들에게 도움이 되었으면 합니다.

# Memo

등차수열, 계차수열 유도

$$\textcircled{1} a_{n+1} - a_n = d$$

$$\textcircled{2} a_{n+1} - a_n = f(n)$$

기본문제

$$\textcircled{1} \sum_{k=1}^n (a_{k+1} - a_k)$$

$$\textcircled{2} \sum_{k=1}^n (a_{k+2} - a_k)$$

$$\textcircled{3} \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$$

$$\textcircled{4} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$$

$$\textcircled{5} \sum_{k=1}^n \frac{2}{k(k+2)}$$

# 기출예제 & 기출문제

## 예제 01 계차수열

수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 3$ 이고  $a_{n+1} - a_n = 4n - 3$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [2007.6]

### [수능적 해법]

나열

### [스피드 해법]

강의에서 설명

## 예제 02 수열의 합, 수열의 극한

수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_n = \log \frac{n+1}{n}$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{10^{a_1 + a_2 + \dots + a_n}}$ 의 값은? [2009.6]

### [수능적 해법]

나열

### [스피드 해법]

강의에서 설명

### 예제 03 수열의 극한

첫째항이 12이고 공비가  $\frac{1}{3}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가)  $b_1 = 1$

(나)  $n \geq 1$ 일 때,  $b_{n+1}$ 은 점  $P_n(-b_n, b_n^2)$ 을 지나고 기울기가  $a_n$ 인 직선과 곡선  $y = x^2$ 의 교점 중에서  $P_n$ 이 아닌 점의  $x$ 좌표이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값을 구하시오.

#### [수능적 해법]

마지막 나열

01 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_1 = 3$ 이고  $a_{n+1} - a_n = 2n$ 일 때,  $a_{10} = 94$ 일 때,  $a_1$ 의 값은? [2010]

01.

Critical Point	심화특강

02  $\sum_{k=1}^{14} \frac{1}{k(k+1)} = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [2011.6]

02.

Critical Point	심화특강

03 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 2$ 이고,

$$a_{n+1} = a_n + (-1)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다.  $a_{20} = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [2010.9]

04  $x$ 에 대한 방정식  $\cos x = \frac{1}{(2n-1)\pi} x$  ( $n = 1, 2, \dots$ )의 양의 실근의 개수를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{24} \frac{500}{(a_n+1)(a_n+3)}$ 의 값을 구하시오. [2011.3]

03.

Critical Point	심화특강

04.

Critical Point	심화특강

05 수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 1, a_2 = 2, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

을 만족시킨다. 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}a_{n+2}}$ 의 합은? [1998]

06 순환소수로 이루어진 수열  $\{a_n\}$ 의 각 항이

$$a_1 = 0.\dot{1}$$

$$a_2 = 0.\dot{1}\dot{0}$$

$$a_3 = 0.\dot{1}\dot{0}\dot{0}$$

⋮

$$a_n = 0.\dot{1}\dot{0}\dot{0} \dots \dot{0}\dot{0}$$

⋮

일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{a_{n+1}} - \frac{1}{a_n} \right)$ 의 값은? [2005.9]

05.

Critical Point	심화특강

06.

Critical Point	심화특강



07 좌표평면 위의 두 점  $A(0, 0)$ ,  $B(5, 0)$ 과 1보다 큰 자연수  $n$ 에 대하여  $\overline{AP}:\overline{PB}=1:n$ 을 만족하는 점  $P(x, y)$ 들의 집합을  $T_n$ 이라 하자. 집합  $T_n$ 의 임의의 두 원소  $P, Q$ 에 대하여  $\overline{PQ}$ 의 최댓값을  $M(n)$ 이라고 할 때,  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{10M(n)}{n}$ 의 값을 구하시오. [2009.4]

07.

Critical Point	심화특강