

제 2 교시

수리 영역(나형)

나 형

성명

수험 번호

- 자신이 선택한 유형('가'형/'나'형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

1.  $54^{\frac{2}{3}} \times 3^{\log_3 2}$ 의 값은? [2점]

① 3      ② 6      ③ 9      ④ 18      ⑤ 27

-수능특강 수1 41쪽 5번, 수능특강 수1 60쪽 1번 (2)

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A^{-1}B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① -3      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 3

-수능완성 실전모의고사 10쪽 2번

3. 0이 아닌 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \times 3^{n+1} - 2^n}{b \times 3^n + 4} = 9$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2bn^2 + 5n - 4}{an^2 - 3n}$ 의 값은? [2점]

①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 3      ④ 6      ⑤ 9

-수능완성 실전모의고사 41쪽 3번

4. 두 사건  $A, B$ 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = \frac{3}{4}P(B^c), P(B) = \frac{2}{3}P(A^c)$$

일 때,  $P(A^c \cap B^c)$ 의 값은? [3점]

①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{5}{12}$

-수능완성 실전모의고사 11쪽 7번

5. 함수  $f(x) = -x^2 + 8x - 15$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left\{ f\left(\frac{n+3}{n}\right) - f(1) \right\}$ 의 값은? [3점]

① 6      ② 12      ③ 18      ④ 24      ⑤ 30

-수능완성 미통기 26쪽 3번

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 수열  $\{b_n\}$ 을

$$b_n = \sum_{k=1}^n (-1)^k a_k$$

로 정의하자.  $b_3 = -3, b_6 = 6$ 일 때,  $a_{20}$ 의 값은? [3점]

① 19      ② 29      ③ 39      ④ 49      ⑤ 59

-수능완성 실전모의고사 23쪽 22번

7. 곡선  $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은? [3점]

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 20

-수능특강 미통기 83쪽 6번

8. 어떤 사람에게 알파벳 세 개를 들려준 다음 406과 같은 숫자를 하나 불러주고 숫자 3을 계속해서 빼는 과정을 시킴으로써 알파벳을 기억하지 못하게 하는 실험을 하였다. 숫자를 빼는 과정을 하는 시간  $t$ 에 따른 기억의 지속 시간을 측정해 본 결과 알파벳을 정확하게 기억할 확률  $P(t)$ 는

$$P(t) = 0.89\{0.01 + 0.99 \times 0.85^t\}$$

로 나타났다.  $t = a$ 일 때의 확률  $P(a)$ 가 알파벳을 들려주고 바로 기억할 확률  $P(0)$ 의  $\frac{19}{100}$ 보다 작아지게 되는 자연수  $a$ 의 최솟값은? (단, 시간의 단위는 초이고,  $\log 1.1 = 0.04$ ,  $\log 1.7 = 0.23$ ,  $\log 2 = 0.30$ 으로 계산한다.) [3점]

- ① 10      ② 11      ③ 12      ④ 13      ⑤ 14

-수능완성 실전모의고사 43쪽 9번

9. 다음은 수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_1 = 1$ 이고,  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n = S_{n-1} + \sum_{k=1}^n 3^{k-1}$ 을 만족시킬 때,  $a_n = 3^n - 2^n$  ( $n \geq 2$ )임을 수학적귀납법을 이용하여 증명한 것이다. (단,  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 이다.)

< 증명 >

(i)  $n = 2$ 일 때,  $a_2 = S_1 + \sum_{k=1}^2 3^{k-1} = 1 + (1+3) = 5 = 3^2 - 2^2$

이므로 성립한다.

(ii)  $n = m$  ( $m \geq 2$ )일 때 성립한다고 가정하면

$$a_m = S_{m-1} + \sum_{k=1}^m 3^{k-1}$$

$n = m+1$ 일 때,

$$a_{m+1} = S_m + \sum_{k=1}^{m+1} 3^{k-1}$$

$$= (S_{m-1} + \boxed{\text{가}}) + \left( \sum_{k=1}^m 3^{k-1} + \boxed{\text{나}} \right)$$

$$= \left( S_{m-1} + \sum_{k=1}^m 3^{k-1} \right) + (\boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}})$$

$$= a_m + (\boxed{\text{가}} + \boxed{\text{나}})$$

$$= \boxed{\text{다}} \times a_m + \boxed{\text{나}}$$

$$= 3^{m+1} - 2^{m+1}$$

따라서 모든 자연수  $n$  ( $n \geq 2$ )에 대하여

$a_n = 3^n - 2^n$ 이 성립한다.

위의 (다)에 알맞은 값을  $p$ , (가), (나)에 알맞은 식의 합을  $f(m)$ 라고 할 때,  $f(p)$ 의 값은? [3점]

- ① 5      ② 9      ③ 14      ④ 19      ⑤ 23

-수능완성 실전모의고사 36쪽 13번

10. 1부터 10까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 중에서 임의로 3장의 카드를 한 장씩 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적힌 수를 차례대로  $a, b, c$ 라고 하자. 이때,  $a \geq b$  또는  $b \geq c$ 를 만족할 확률은? (단, 꺼낸 카드는 다시 넣는다.) [3점]

- ①  $\frac{12}{25}$     ②  $\frac{3}{5}$     ③  $\frac{18}{25}$     ④  $\frac{4}{5}$     ⑤  $\frac{22}{25}$

-수능완성 실전모의고사 5쪽 12번

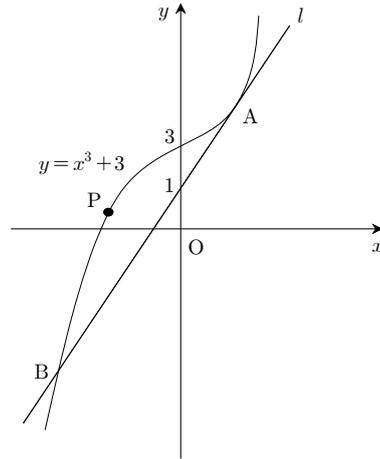
11. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 세 조건을 모두 만족할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{5^n}$ 의 값은?  
[3점]

- (가)  $a_1 = 1, a_2 = 7$   
 (나) 수열  $\{a_{n+1} - 3a_n\}$ 은 공비가 4인 등비수열이다.  
 (다) 수열  $\{a_{n+1} - 4a_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

- ①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-\frac{5}{4}$     ③ 1    ④  $\frac{5}{4}$     ⑤  $\frac{5}{2}$

-수능특강 수1 117쪽 15번

12. 그림과 같이 점  $(0, 1)$ 에서 곡선  $y = x^3 + 3$ 에 그은 접선을  $l$ 이라 하고, 접선  $l$ 이 곡선  $y = x^3 + 3$ 과 만나는 두 점 중에서 접하는 점을 A, 접하지 않는 점을 B라고 하자. 곡선  $y = x^3 + 3$  위의 점 P에 대하여 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은? (단, 점 P의  $x$ 좌표는 점 B의  $x$ 좌표보다 크고 점 A의  $x$ 좌표보다 작다.) [3점]



- ① 3    ② 6    ③ 9    ④ 12    ⑤ 15

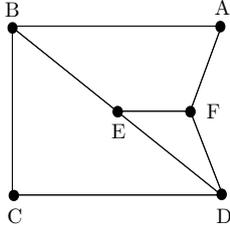
-수능특강 미분기 40쪽 예제 1번

13. 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 1개씩 적힌 5개의 공이 주머니에 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 3개의 공을 꺼내어 그 공에 적힌 수들의 차 중에서 가장 큰 값을 확률변수  $X$ 라 할 때,  $E(X)$ 의 값은? [3점]

- ① 1    ②  $\frac{3}{2}$     ③ 2    ④  $\frac{5}{2}$     ⑤ 3

-수능완성 미분기 110쪽 1번

14. 그림과 같이 꼭짓점이 A, B, C, D, E, F인 그래프 G에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, 서로 다른 두 꼭짓점을 연결한 변은 오직 한 개이고, 하나의 꼭짓점을 시작점과 도착점으로 하는 변은 존재하지 않는다.) [4점]

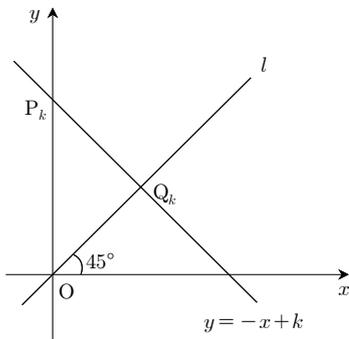


- < 보 기 >
- ㄱ. 그래프 G를 나타내는 행렬을 P라 할 때, 행렬 P의 성분 중 1의 개수는 16이다.
  - ㄴ. 꼭짓점 E의 차수가 짝수가 되도록 꼭짓점 E와 연결될 수 있는 꼭짓점의 개수는 2이다.
  - ㄷ. 그래프 G가 모든 변을 오직 한 번씩만 지나며 시작점으로 돌아오는 경로가 존재하도록 하기 위해 추가적으로 필요한 변의 개수의 최솟값은 3이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

-수능특강 수1 34쪽 4번

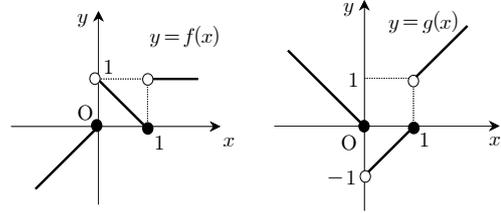
15. 그림과 같이 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기가 45°이고, 원점을 지나는 직선을 l이라 하자. 양수 k에 대하여 직선  $y = -x + k$ 가 y축, 직선 l과 만나는 점을 각각 P<sub>k</sub>, Q<sub>k</sub>라 하고 삼각형 OP<sub>k</sub>Q<sub>k</sub>의 넓이를 S<sub>k</sub>라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^5} \sum_{k=1}^n k^2 S_k$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{1}{20}$                 ②  $\frac{1}{10}$                 ③  $\frac{1}{5}$                 ④  $\frac{1}{3}$                 ⑤  $\frac{1}{2}$

-수능완성 실전모의고사 44쪽 14번

16. 두 함수  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

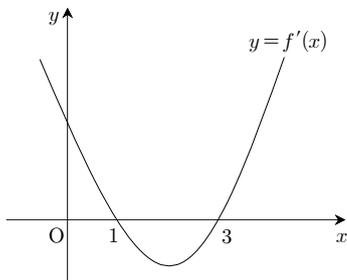


- < 보 기 >
- ㄱ.  $\lim_{x \rightarrow 0} g(f(x)) = 0$
  - ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 1} g(f(x)) = 0$
  - ㄷ. 닫힌 구간 [0, 1]에서 함수  $g(f(x))$ 의 불연속점의 개수는 1개이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄴ, ㄷ

-수능특강 미통기 27쪽 15번+수능완성 미통기 15쪽 7번

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $y=f(x)$ 의 도함수  $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단,  $f'(1)=f'(3)=0$ 이다.) [4점]

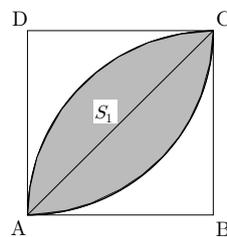


- < 보 기 >
- ㄱ. 함수  $f(x)$ 는 2개의 극값을 갖는다.
  - ㄴ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3}$ 의 값이 존재하면 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 원점을 지난다.
  - ㄷ.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x-3}$ 의 값이 존재하면 방정식  $f(x)=k$ 가 서로 다른 세 실근을 가지도록 하는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합은 6이다.

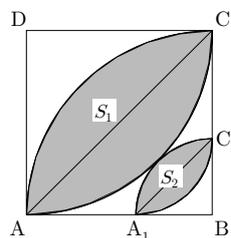
- ① ㄱ
- ② ㄴ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

-수능완성 실전모의고사 35쪽 11번

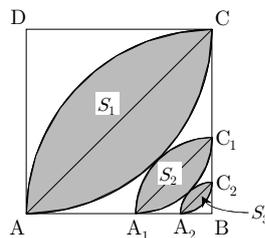
18. 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. [그림 1]과 같이 점 B를 중심으로 하고, 선분 BA를 반지름으로 하는 부채꼴 BAC의 호 AC와 호 AC를 직선 AC에 대칭이동한 호로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_1$ 이라 하자. [그림 2]와 같이 점 B를 중심으로 하고, 호 AC를 직선 AC에 대칭이동한 호에 접하는 부채꼴과 두 선분 AB, BC가 만나는 점을 각각  $A_1, C_1$ 이라 하고, 호  $A_1C_1$ 과 호  $A_1C_1$ 을 직선  $A_1C_1$ 에 대칭이동한 호로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_2$ 라 하자. [그림 3]과 같이 점 B를 중심으로 하고, 호  $A_1C_1$ 을 직선  $A_1C_1$ 에 대칭이동한 호에 접하는 부채꼴과 두 선분  $A_1B, BC_1$ 이 만나는 점을 각각  $A_2, C_2$ 라 하고, 호  $A_2C_2$ 와 호  $A_2C_2$ 를 직선  $A_2C_2$ 에 대칭이동한 호로 둘러싸인 도형의 넓이를  $S_3$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 도형의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ 의 값은? [4점]



[그림 1]



[그림 2]



[그림 3]

- ①  $\frac{\pi}{4}(\sqrt{2}-1)$
- ②  $(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2})(\sqrt{2}-1)$
- ③  $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$
- ④  $(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2})\sqrt{2}$
- ⑤  $(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2})(\sqrt{2}+1)$

-수능완성 실전모의고사 37쪽 19번

19. 첫째항이 1, 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 과

$$b_1 = 1, (2n-1)b_{n+1} = (2n+1)b_n \quad (n \geq 1)$$

으로 정의된 수열  $\{b_n\}$ 이 있다. 가로, 세로가 각각 다섯 개의 칸으로 이루어진 표의 제  $i$ 행과 제  $j$ 열이 교차하는 위치의 값을  $c_{(i, j)}$ 라 하고,  $c_{(i, j)} = a_i + b_j$ 을 만족한다고 한다. 예를 들어, 표의 A칸에는 4, B칸에는 9를 써넣는다. 이와 같이 표에 수를 써넣을 때,  $\sum_{j=1}^5 c_{(6-j, j)}$ 의 값은? [4점]

	제1열	제2열	제3열	제4열	제5열
제1행					
제2행	A				
제3행			B		
제4행					
제5행					

- ① 42      ② 49      ③ 56      ④ 63      ⑤ 70

-수능완성 수1 82쪽 3번+ 수1 76쪽 9번

20. 정육면체 모양의 주사위를  $n$ 회 던졌을 때, 3의 배수의 눈이 모두 3번 나오면 끝내는 게임을 한다. 게임이  $n$ 회에서 끝날 확률을  $p_n$  ( $n=3, 4, 5, \dots$ )이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $p_3 = \frac{8}{81}$

ㄴ.  $p_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n \frac{(n-1)(n-2)}{16} \quad (n \geq 3)$

ㄷ.  $p_n$ 이 최대가 되게 하는  $n$ 의 값은 2개이며, 그때  $p_n$ 의 값은  $\frac{80}{3^6}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

-수능완성 실전모의고사 28쪽 14번

21. 한 개의 정육면체 모양의 주사위를 던져 나오는 눈의 수를  $a$ 라 할 때,  $x, y$ 에 대한 연립방정식

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

가  $x=y=0$  이외의 해를 가지는 사건을  $A$ 라 하자. 한 개의 주사위를 72회 던지는 독립시행에서 사건  $A$ 가 일어나는 횟수가 18회 이상 28회 이하일 확률을 위의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494

- ① 0.384    ② 0.533    ③ 0.682    ④ 0.774    ⑤ 0.866

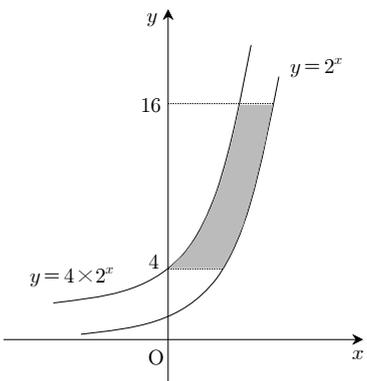
-수능특강 미통기 118쪽 4번 + 수1 21쪽 유제 7번

단답형

22.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+a}-3}{x} = b$ 를 만족시키는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $2ab$ 의 값을 구하시오. [3점]

-수능특강 미분기 8쪽 유제 6번

23. 그림은 두 함수  $y=2^x, y=4 \times 2^x$ 의 그래프이다. 두 함수  $y=2^x, y=4 \times 2^x$ 의 그래프와 두 직선  $y=4, y=16$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [3점]



-수능완성 수1 51쪽 2번

24. 자연수  $n$ 에 대하여  $\log_3(3^l \times 9^m) = 4n$ 을 만족시키는 두 자연수  $l, m$ 의 순서쌍의 개수를  $a_n$ 이라 하자. 예를 들어,  $a_2 = 3$ 이다. 이 때,  $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

-수능완성 실전모의고사 9쪽 28번

25. 함수  $f(x)$ 가 모든 양수  $x$ 에 대하여 부등식  $x^2 + x - 1 \leq f(x) \leq x^3$ 을 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-x}{x-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

-수능완성 실전모의고사 30쪽 22번

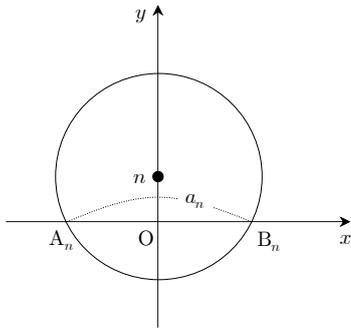
26.  $(1+2x)^{30} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{30}x^{30}$ 을 만족시키는 상수  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{30}$ 에 대하여

$$a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{30} = P$$

이라 하자. 이때,  $\frac{1}{P}$ 는 소수점 아래  $n$ 번째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자  $m$ 이 나타난다.  $n+m$ 의 값을 구하시오. (단,  $\log 2 = 0.3, \log 3 = 0.48$ 로 계산한다.) [4점]

-수능완성 실전모의고사 23쪽 26번

27. 자연수  $n$ 에 대하여 중심이  $(0, n)$ 이고, 반지름의 길이가  $2n$ 인 원  $C$ 가  $x$ 축과 만나는 두 점을  $A_n, B_n$ 이라 하고, 두 점  $A_n, B_n$  사이의 거리를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



-수능완성 실전모의고사 14쪽 16번

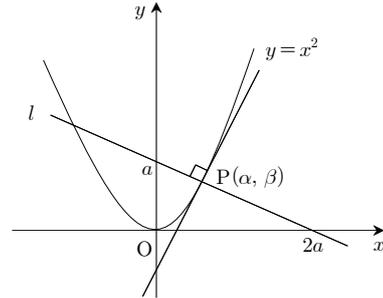
28. 함수  $f(x) = |x^2 - 4|$ 가 있다. 실수  $t$  ( $t \geq -2$ )에 대하여 함수  $g(t)$ 를  $g(t) = \int_t^{t+2} f(x) dx$ 라고 할 때, 함수  $g(t)$ 의 극댓값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

-수능완성 실전모의고사 29쪽 18번

29. 그림과 같이 곡선  $y = x^2$  위의 제1사분면에 있는 점  $P(\alpha, \beta)$ 에서의 접선과 직선  $l$ 이 서로 수직으로 만나고 있다. 직선  $l$ 의  $x$ 절편과  $y$ 절편이 각각  $2a, a$ 이고, 점  $P$ 의  $x, y$ 좌표인  $\alpha$ 와  $\beta$ 에 대하여

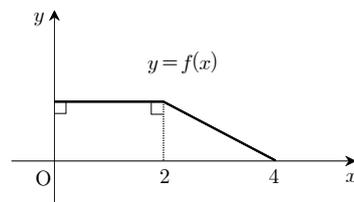
$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & b \\ c & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2a \\ 1 \end{pmatrix}$$

인 관계식이 성립한다. 이때,  $b+c$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ 이다.) [4점]



-수능특강 수1 25쪽 8번

30.  $0 \leq X \leq 4$ 의 범위에서 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수  $y = f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



삼차함수  $g(X) = X^3 - \frac{15}{2}X^2 + 12X$ 가 감소하도록 하는  $X$ 의 값이 될 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

-수능특강 미통기 142쪽 12번

\* 확인 사항  
 ◦ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오