

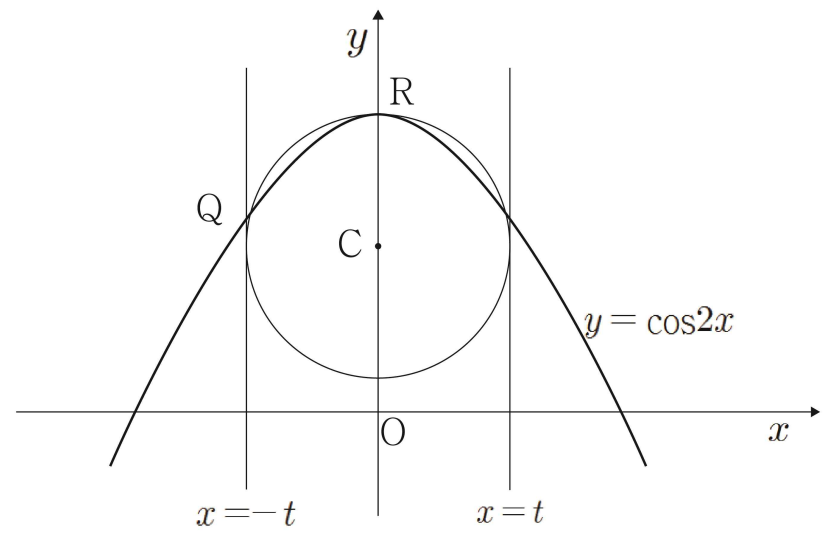
고지우의 **난문현답**

제 4 일

1. 2014년 수능
2. 2016년 사관학교
3. 2013년 9월 평가원
4. 2011년 10월 교육청
5. 2008년 10월 교육청
6. 2015년 사관학교
7. 2011년 9월 평가원
8. 2016년 경찰대
9. 2005년 9월 평가원
10. 2009년 수능

1. 좌표평면에서 $a > 1$ 인 자연수 a 에 대하여 두 곡선 $y = 4^x$, $y = a^{-x+4}$ 과 직선 $y = 1$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표가 y 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 20 이상 40이하가 되도록 하는 a 의 개수를 구하시오.

2. 좌표평면에서 곡선 $y = \cos 2x$ 가 두 직선 $x = t$, $x = -t$ ($0 < t < \frac{\pi}{4}$)와 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 곡선 $y = \cos 2x$ 가 y 축과 만나는 점을 R이라 하자. 세 점 P, Q, R을 지나는 원의 중심을 $C(0, f(t))$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \alpha$ 이다. 100α 의 값을 구하시오.



3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고
 $g'(x) \leq \frac{1}{3}$ 이다.
 (나) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$

$f(1)$ 의 값은?

- ① -11 ② -9 ③ -7
 ④ -5 ⑤ -3

4. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$ 이 $x = \alpha$ 에서 극값을 가질 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

ㄱ. $e^\alpha = \frac{1}{\alpha^2}$
 ㄴ. 곡선 $y = f(x)$ 의 변곡점이 존재한다.
 ㄷ. 함수 $f(x)$ 는 $x = \alpha$ 에서 최솟값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 세 이차곡선

$$x^2 = 4py (p \neq 0), \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (x \neq \pm a), \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (|x| > a)$$

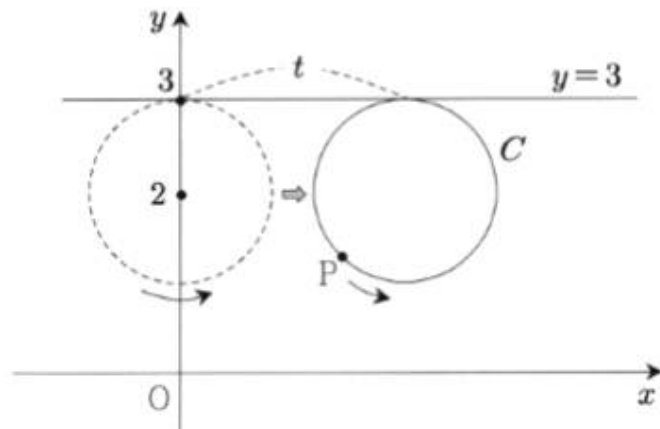
각각에 대하여, 곡선 위에 있는 임의의 점에서의 접선의 기울기들의 집합을 M_1, M_2, M_3 라 하자. 다음 [보기]에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $\left| \frac{2b}{a} \right| \in M_3$
 ㄴ. $M_1 = M_2$
 ㄷ. $M_2 \supset M_3$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. 좌표평면에 중심이 $(0, 2)$ 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있고, 이 원 위의 점 P 가 점 $(0, 3)$ 의 위치에 있다. 원 C 는 직선 $y=3$ 에 접하면서 x 축의 양의 방향으로 미끄러지지 않고 굴러간다.

그림은 원 C 가 굴러간 거리가 t 일 때, 점 P 의 위치를 나타낸 것이다.

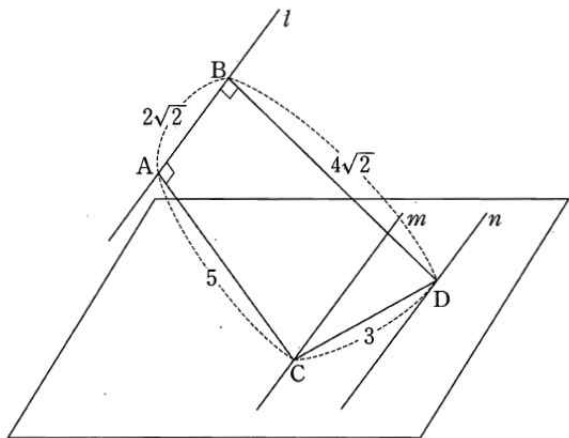


점 P 가 나타내는 곡선을 F 라 하자. $t = \frac{2}{3}\pi$ 일 때, 곡선 F 위의 점에서의 접선의 기울기는?

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 같은 평면 위에 있지 않고 서로 평행한 세 직선 l, m, n 이 있다. 직선 l 위의 두 점 A, B , 직선 m 위의 점 C , 직선 n 위의 점 D 가 다음 조건을 만족시킨다.

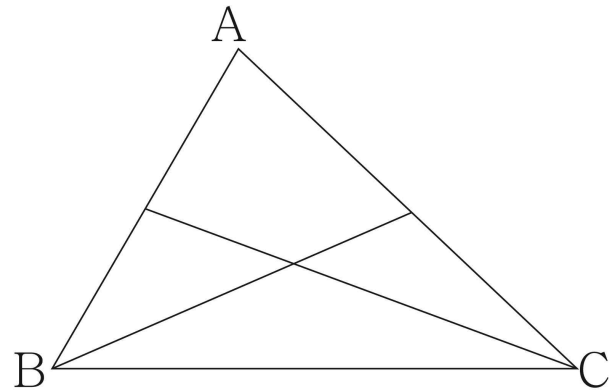
- (가) $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{CD} = 3$
 (나) $\overline{AC} \perp l$, $\overline{AC} = 5$
 (다) $\overline{BD} \perp l$, $\overline{BD} = 4\sqrt{2}$



두 직선 m, n 을 포함하는 평면과 세 점 A, C, D 를 포함하는 평면이 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $15\tan^2\theta$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

8. 삼각형 ABC 에서 \overline{AB} 의 n 등분점과 꼭짓점 C 를 잇고, \overline{AC} 의 n 등분점과 꼭짓점 B 를 잇는다. 이때, 만들어지는 삼각형 ($\triangle ABC$ 도 포함)의 개수를 a_n 이라 하자. 예를 들어 $n=2$ 인 다음 그림에서 $a_2 = 8$ 이다. a_5 의 값을 구하여라.



9. 표본공간 S 는 $S = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$ 이고 모든 근원사건의 확률은 같다. 사건 A 가 $A = \{4, 8, 12\}$ 일 때, 사건 A 와 독립이고 $n(A \cap X) = 2$ 인 사건 X 의 개수를 구하시오.
(단, $n(B)$ 는 집합 B 의 원소의 개수를 나타낸다.)

10. 어떤 모집단에서 임의로 100명을 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{10} - c, \frac{1}{10} + c\right]$ 이었다. 같은 모집단에서 n 명을 임의로 추출하여 구한 모비율에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\left[\frac{1}{9} - s(n), \frac{1}{9} + s(n)\right]$ 이고 $s(n) = \frac{50}{81}c$ 이다. n 의 값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따를 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 이다.)